

ÉLÉMENS
DE
L'ART MILITAIRE
ANCIEN ET MODERNE.

Tome I.

2

ÉLÉMENS
DE
L'ART MILITAIRE
ANCIEN ET MODERNE.

Par M. CUGNOT, *ancien Ingénieur au Service de S. M. I. R. & A.*

TOME PREMIER.






A PARIS,
Chez VINCENT, Imprimeur-Libraire, rue Saint Severin.

M DCC LXVI.
Avec Approbation, & Privilége du Roi.





PREFACE.

LA théorie de l'*Art militaire* peut s'acquérir par l'étude, comme celle de tous les autres Arts ; mais c'eſt moins avec du tems & du travail qu'on y fait des progrès, qu'avec des principes & de la méthode. Faute de principes & de guides, on perd ſouvent un tems conſidérable à faire des efforts & des recherches inutiles. Au lieu de s'inſtruire, on ne fait que changer de préjugés & multiplier ſes erreurs ; & lorſqu'après bien du tems & du travail perdu, on vient à reconnoître qu'on n'eſt pas devenu plus ſçavant ni plus habile, on ne

manque pas de conclure que la théorie ſeule ne mene à rien. Il n'y a pas une ſi grande diſtance de la théorie à la pratique, que bien des gens ſe l'imaginent. Des livres ſeuls ne formeront ſûrement pas un officier ; mais ils pourront le mettre en état de faire plus de progrès en trois ou quatre ans de ſervice, qu'il n'en feroit peut-être en trente, s'il travailloit ſans principes.

On a de bons ouvrages ſur les différentes parties de l'art de la guerre ; mais comme ils ont été faits par des Militaires qui ſe ſont contentés de donner, en général, des maximes, des régles & des méthodes, ſans rendre un compte ſuffiſant des raiſons ſur leſquelles elles ſont fondées, ils

ne peuvent être entendus, & par conséquent lus avec fruit, que par des officiers qui ont déja servi assez long-tems pour s'être défaits de bien des préjugés, & avoir acquis des connoissances fort étendues.

C'est encore moins par la lecture de l'histoire, qu'il faut commencer l'étude de l'*Art militaire*. Elle ne peut instruire que des lecteurs qui sont déja très éclairés. Les commençans ont donc besoin d'un Traité élémentaire qui puisse les mettre en état d'entendre ce que les meilleurs auteurs ont écrit sur les différentes parties de l'art militaire, & de s'instruire par la lecture des histoires anciennes & modernes. Pour peu que l'on considére ce que

les Grecs & les Romains exécutoient avec de très-petites armées, on ſent bientôt que leur milice devoit être fort ſupérieure à celle d'aujourd'hui, & que la connoiſſance de l'art avec lequel ils formoient de ſi bonnes armées, & les employoient avec tant de ſuccès, ne peut qu'être très-utile à un officier.

Le premier Volume eſt compoſé de quatre Livres dont les trois premiers contiennent autant d'arithmétique, de géométrie & de méchanique qu'il en faut pour pouvoir entendre le quatrieme où l'on traite des machines de jet des anciens, de l'artillerie & des armes à feu. Quoique le Volume ſoit fort petit pour tant de matieres, ſi on le

lit sans prévention, on trouvera qu'elles y sont moins abrégées & resserrées, que simplifiées, surtout dans les deux derniers Livres. Lorsqu'on le donnera à des enfans, ils auront des maîtres qui leur expliqueront avec plus d'étendue ce qui ne sera pas suffisamment développé pour eux, & le mettront à leur portée, en le leur présentant sous différens points de vue, jusqu'à ce qu'ils le saisissent.

Comme les trois premiers livres n'ont pas pour objet les mathématiques en général, & qu'ils ne sont faits que pour servir d'introduction au reste de l'ouvrage, ce qu'on auroit pu y mettre de plus, seroit superflu & déplacé.

Le second Volume contient

les principes de la discipline militaire, & de la guerre de campagne, appliqués à la milice des Grecs & des Romains, dans le cinquieme Livre; & à la milice moderne, dans le sixieme. Ceux de la fortification ancienne & moderne sont la matiere du septieme Livre.

Les moyens dont on se sert pour faire connoître la force & la valeur des soldats Grecs & Romains, quoique nouveaux, n'en sont pas moins simples & naturels; mais pour comprendre facilement ce qu'on dit là-dessus au commencement du second Volume, il faut avoir bien entendu le premier.



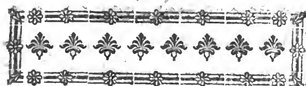


TABLE DES CHAPITRES

Contenus dans ce Volume.

LIVRE PREMIER.

De l'Arithmétique.

LIVRE SECOND.

LIVRE TROISIEME.

De la Méchanique.

LIVRE QUATRIEME.

Des Machines de Jet des Anciens, & de l'Artillerie. 291

Fautes à corriger au Tome I.

PAGE 21, ligne 14, 6[p.], *lisez* 5[p.]

Page 41, ligne 15, 3 fois, 10 fois, *effacez la virgule.*

Ibid. ligne 19, 2 fois, 100 fois, *effacez la virgule.*

Page 44, ligne 2, ABCDEFGHI, *effacez l'E.*

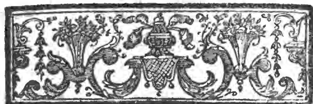
Page 90, ligne 4, longueur, *lisez* largeur.

Page 172, ligne 10, *Des Rapports, des Surfaces*, effacez la virgule.

Page 197, *ajoûtez* THÉORÊME, *au-dessous de la neuvieme ligne.*

Page 236, ligne 16, angle, *lisez* un angle.

ÉLÉMENS



ÉLÉMENS DE L'ART MILITAIRE ANCIEN ET MODERNE.



LIVRE PREMIER.

De l'Arithmétique.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

ON appelle *mathématiques* les ſciences qui traitent des grandeurs, pour en découvrir les rapports.

Les mathématiciens entendent, par *grandeur* ou *quantité*, tout ce qui eſt ſuſceptible d'augmentation ou de di-

minution. Les nombres, les lignes, les forces, les vîteſſes ſont des grandeurs ou des quantités.

Les principes des mathématiques ſont des propoſitions extrêmement ſimples qu'il ſuffit d'expoſer clairement, pour les faire admettre, & qui ſervent de fondemens aux démonſtrations des autres propoſitions.

Il y a trois ſortes de principes; les définitions, les demandes, & les axiomes. Une définition eſt la déclaration ou l'explication de ce que l'on entend par un mot ou un terme dont on veut fixer la ſignification.

Une demande eſt une choſe extrêmement aiſée à faire, ou une ſuppoſition évidemment poſſible. Par exemple, on demande qu'une lettre ou un chiffre ſignifie une grandeur, qu'il ſoit permis de tirer une ligne d'un point à un autre, de la prolonger ou de la ſuppoſer prolongée; ce qui ne peut pas être raiſonnablement refuſé.

Un axiome eſt une vérité évidente par elle-même, & qui n'a beſoin d'aucune preuve : telles ſont les propoſitions ſuivantes.

Un tout eſt égal à toutes ſes parties priſes enſemble.

Un tout eſt plus grand qu'une de ſes parties.

Lorſque deux grandeurs ſont égales chacune à une troiſieme, elles ſont égales entr'elles.

Les autres propoſitions ſont les théorêmes, les problêmes, les corollaires, les lemmes, les ſcholies & les remarques.

Un théorême eſt une propoſition dont il faut démontrer la vérité.

Un problême eſt une propoſition où l'on donne le moyen ou la maniere de faire une opération, ou une découverte.

Un corollaire eſt une conſéquence que l'on tire d'une vérité démontrée, ou évidente par elle-même.

Un lemme eſt une propoſition que l'on ne prouve que pour la faire ſervir à la démonſtration d'une autre propoſition.

Les ſcholies & les remarques ſont des réflexions que l'on fait ſur une ou pluſieurs propoſitions précédentes.

Pour abréger le diſcours on ſe ſert de ſignes. Ce ſigne + ſignifie *plus :* celui-ci − ſignifie *moins.* Ce troiſieme × ſignifie *multiplié par.* $\frac{a}{b}$, veut dire, *a* diviſé par *b.* Ces deux traits paralleles = ſignifient *égal.*

On a mis un numéro à chacun des articles qui compoſent ce traité ; & au lieu de répéter une démonſtration que l'on a donnée plus haut, on ſe contente de citer l'article où elle eſt contenue, en mettant le numéro de cet article entre deux crochets. Lorſque le numéro déſigne une figure, il eſt précédé des lettres *Fig.* Il faut le chercher dans les planches du livre.



CHAPITRE PREMIER.

Des Nombres & de la Numération.

DÉFINITIONS.

Nº 1. L'ARITHMÉTIQUE eſt la ſcience des nombres.

Un nombre eſt l'aſſemblage ou la collection de pluſieurs unités.

On nomme *unité* tout ce qui ne fait qu'un, ou qui eſt conſidéré comme ne faiſant qu'un; comme un homme, une étoile, une troupe, une conſtellation.

L'unité qui déſigne une choſe quelconque, eſt nommée *unité concrète;* l'unité qui ne déſigne aucune eſpece de choſe, & que l'on exprime par *un* ou *une fois*, eſt appellée *unité* abſolue, vague ou abſtraite.

Les caracteres qui repréſentent les nombres, & que l'on nomme *chiffres*, ſont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

On les nomme *zéro* ou *rien*, *un*, *deux*, *trois*, *quatre*, *cinq*, *ſix*, *ſept*, *huit*, *neuf*. Si on vouloit ſe ſervir d'un nôm & d'un chiffre particulier pour chaque nombre, un homme ne vivroit pas aſſez long-tems, pour pouvoir apprendre à compter juſqu'à cinquante mille. Pour prévenir un ſi grand inconvénient, outre les unités dont on vient de parler, & que l'on nomme *unités principales*, ou *unités du premier degré*, on en a imaginé d'autres que l'on nomme *unités collectives*, par le moyen deſquelles on peut repréſenter, d'une maniere fort ſimple, avec les dix chiffres, tous les nombres poſſibles.

N° 2. La numération eſt l'art de repréſenter les nombres, par le moyen des chiffres, & de lire les nombres repréſentés par des chiffres.

Lorſqu'un nombre n'eſt pas plus grand que neuf, on l'écrit avec un ſeul chiffre, que l'on appelle *nombre des unités du premier degré*. La place,

qu'il occupe, eſt nommée *premiere place.*

De dix unités du premier degré, on fait une unité collective que l'on nomme *unité du ſecond degré* ou *dixaîne.* Le chiffre qui repréſente les dixaines, eſt nommé *nombre des dixaines.* La place, qu'il occupe, eſt à la gauche des unités ; & on l'appelle *ſeconde place.*

De dix dixaines on fait une unité du troiſieme degré, que l'on nomme *centaine.* Le chiffre qui exprime les centaines, & que l'on met à la gauche des dixaines, eſt appellé *nombre des centaines.* La place, qu'il occupe, eſt nommée *troiſieme place.*

Dix centaines font une unité du quatrieme degré, que l'on nomme *mille.* Le chiffre qui exprime les mille, ſe met à la quatrieme place, & ainſi de ſuite.

On partage les chiffres qui repréſentent un grand nombre, en tranches de

trois chiffres, chacune, excepté celle de la gauche qui peut ne contenir que deux chiffres ou un ſeul, & l'on ſépare ces tranches par des virgules.

Le chiffre de la premiere place de la premiere tranche, c'eſt-à-dire celle qui eſt à droite, s'appelle *nombre.* Celui de la ſeconde place ſe nomme *dixaine ;* & celui de la troiſieme place, *centaine.* La premiere tranche eſt appellée *tranche des unités.*

On appelle mille, le nombre de la premiere place de la ſeconde tranche; *dixaine de mille,* celui de la ſeconde place ; & *centaine de mille,* celui de la troiſieme place.

Après la tranche des mille, vient celle des millions, puis celle des billions, celle des trillions, &c. dont chacune a ſes unités, ſes dixaines & ſes centaines, excepté la derniere qui peut ne contenir que des unités & des dixaines, ou ſeulement des unités.

Voici un nombre avec les noms de ſes tranches & des places de chaque tranche,

Dixaines. Nombres.	Centaines. Dixaines. Nombres.	Centaines. Dixaines. Nombres.	Centaines. Dixaines. Nombres.
34,	256,	412,	597,
Billions.	*Millions.*	*Mille.*	*Unités.*

Ce nombre s'exprime ainſi, trente-quatre billions, deux cens cinquante-ſix millions, quatre cens douze mille, cinq cens nonante-ſept. (En chiffre on dit, *nonante*, *ſeptante*, & non pas *quatre-vingt-dix*, *ſoixante & dix*.)

Comme la valeur des unités de chaque chiffre dépend de la place que le chiffre occupe, on met un zéro à chaque place qui n'eſt pas occupée par un autre chiffre, comme on peut le voir dans le nombre ſuivant,

Billions.	*Millions.*	*Mille.*	*Unités.*
3,	000,	240,	500

qui s'énonce ainſi; trois billions deux cens quarante mille cinq cens, ſupprimant les noms des tranches & des places où il n'y a que des zéros.

Lorſqu'on veut repréſenter un nom-

bre par des chiffres, on commence par le chiffre des unités du plus haut degré, observant de mettre un zéro dans chaque place où il ne doit pas y avoir d'autre chiffre. *Exemple:* On veut écrire en chiffres le nombre quarante millions trois cens dix mille septante-quatre. Après avoir écrit 4 au rang des dixaines de millions, on écrira zéro au rang des unités de cette tranche. On écrira ensuite 3 au rang des centaines de mille, 1 au rang des dixaines de mille, & 0 au rang des mille. Comme il n'y a point de centaines, on écrira 0 au rang des centaines; puis on écrira 7 au rang des dixaines, & 4 au rang des unités. Tous ces chiffres écrits de suite composeront le nombre suivant 40, 310, 074, qui est le nombre proposé.

N° 3. Les nombres, sur lesquels on opere dans l'arithmétique, sont incomplexes ou complexes.

Un nombre incomplexe est la col-

lection de plusieurs unités égales ; par exemple, 250 livres, 40 toises, sont des nombres incomplexes.

Les nombres complexes sont ceux dont toutes les unités ne sont pas égales, quoiqu'elles soient de la même espece, ou réductibles à la même espece. Tels sont ceux-ci, 15 toises 3 pieds 6 pouces ; 18 livres 4 sols 3 deniers.

Il y a quatre opérations principales dans l'arithmétique. L'*addition*, la *soustraction*, la *multiplication* & la *division*. Les autres opérations ne sont que des combinaisons de celle-ci.





CHAPITRE II.

De l'Addition & de la Soustraction.

N° 4. L'ADDITION est une opération par laquelle on ajoûte ensemble plusieurs nombres, pour en avoir la somme. Les nombres que l'on propose d'ajoûter ensemble, doivent donc avoir des unités de la même espece, ou qui soient réductibles à la même espece.

De l'Addition des Nombres incomplexes.

On écrit les nombres que l'on veut ajoûter ensemble : les uns sous les autres, de maniere que les chiffres du même degré soient dans une même colomne, c'est-à-dire que les unités soient sous les unités, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, & ainsi du reste. Après avoir

tiré une ligne au-dessous, on ajoûte ensemble les chiffres de la premiere colomne, c'est-à-dire des unités. Si leur somme est représentée par un seul chiffre, on écrit ce chiffre sous la colomne des unités. Mais si elle est représentée par deux chiffres, on écrit seulement celui des unités, & l'on retient celui des dixaines, pour l'ajoûter à la colomne des dixaines, comme on le verra dans les exemples suivans.

EXEMPLE I.

On propose d'ajoûter ensemble les nombres 2341, & 1424.

Nombres à ajoûter	2341
	1424
Somme	3765

Ayant écrit ces deux nombres l'un sous l'autre, & tiré une barre au-dessous, on ajoûtera ensemble les chiffres 1 & 4 de la premiere colomne, & l'on écrira leur somme 5 sous cette premiere colomne. On ajoûtera ensuite

les chiffres de la colomne des dixaines, en disant 4 & 2 font 6, que l'on écrira au-dessous de cette colomne ; puis on passera à la colomne des centaines, en disant, 3 & 4 font 7, que l'on écrira au rang des centaines. Ayant encore ajoûté ensemble 2 & 1, & écrit leur somme 3, au-dessous de la colomne des mille, on aura le nombre 3765, qui est la somme des nombres proposés.

Exemple II.

Nombres à ajoûter	2041
	1798
	3341
Somme	7180

Les nombres à ajoûter étant écrits comme ci-dessus, on dira 1 & 8 font 9, & 1 font 10. Ce nombre ayant deux chiffres, on écrira celui des unités qui est 0, sous la colomne des unités, & l'on retiendra l'autre pour le joindre à ceux de la colomne des dixaines, en disant, 1, que l'on a retenu, & 4 font 5,

& 9 font 14, & 4 font 18, on écrira 8 sous la colomne des dixaines, & l'on continuera en disant 1, que l'on a retenu, & 7 font 8, & 3 font 11; on écrira 1 sous les centaines, & l'on retiendra 1, que l'on joindra à la colomne des mille, en disant 1, que l'on a retenu, & 2 font 3, & 1 font 4, & 3 font 7, que l'on écrira au rang des mille; & l'on aura le nombre 7180, qui est la somme des nombres que l'on doit ajoûter ensemble.

EXEMPLE III.

Nombres à ajoûter	7205
	3410
	2108
Somme	12723

La somme des chiffres de la derniere colomne étant représentée par deux chiffres, on écrira le premier qui est 2, sous cette colomne, & l'autre 1, à la gauche du 2.

REMARQUE.

Lorſqu'on a beaucoup de nombres à ajoûter enſemble, il peut arriver que la ſomme des chiffres d'une colomne ſoit repréſentée par trois chiffres. On écrit le premier, c'eſt-à-dire celui des unités ſous la colomne, & l'on retient le nombre exprimé par les deux autres, pour le joindre à la ſomme de la colomne ſuivante. Par exemple, ſi la ſomme des chiffres de la colomne eſt 125, on écrira 5, ſous la colomne, & l'on retiendra 12, pour les joindre à la ſomme des chiffres de la colomne ſuivante. Si la colomne, dont on a pris la ſomme, eſt la derniere, on écrira 12, à la gauche du 5.

De l'Addition des Nombres complexes.

N° 5. On entendra ſuffiſamment cette opération par le moyen des exemples ſuivans.

EXEMPLE I.

On propose d'ajoûter ensemble les nombres complexes, 45 l. 10 f. 3 d. & 78 l. 12 f. 10 d.

	#	ſ	&
Nombres à ajoûter {	45	10	3
	78	12	10
	#	ſ	&
Somme	124	3	1

On écrira les nombres les uns sous les autres, comme ci-dessus ; de maniere que les unités de la même espece soient les unes sous les autres. Et ayant tiré une ligne au-dessous, on ajoûtera ensemble les unités de la moindre espece, qui sont les deniers, en disant 3 & 10 font 13, qui valent un sol & un denier. On écrira 1 denier au-dessous de la colomne des deniers, & l'on retiendra un sol pour le joindre à la colomne des sols, en disant 1, que l'on a retenu, & 2 font 3. On écrira 3 sols au-dessous de la colomne des unités de sols. Puis on passera à celle des dixai-

nes, en difant, 1 & 1 font 2, & comme deux dixaines de fols valent une livre, on n'écrira rien fous la colomne des dixaines de fols, & l'on retiendra une livre. Paffant à la colomne des unités de livres, on dira une livre que l'on a retenue & 5 font 6, & 8 font 14. On écrira 4 au-deffous de la colomne des unités, & l'on retiendra 1, pour le joindre à la colomne des dixaines, en difant, 1 & 4 font 5 & 7 font 12, que l'on écrira fous cette colomne.

EXEMPLE II.

	₶	ſ	₰
Nombres à ajoûter	10	18	10
	24	16	9
	12	9	8
	₶	ſ	₰
Somme	48	5	3

Dans cet exemple la fomme des deniers contenant 2 fols & 3 deniers, on a écrit les 3 deniers fous la colomne des des unités de deniers, & l'on a retenu les 2 fols pour les joindre à la fomme

des ſols ; ce qui a fait 45 ſols, ou 2 liv. 5 ſols. On a écrit 5 ſols ſous la colomne des ſols, & retenu les deux livres pour les joindre à la colomne ſuivante. S'il ne reſtoit rien de la ſomme des deniers, après en avoir retranché les ſols qu'elle contenoit, on écriroit 0, ſous cette colomne. On fera la même choſe pour les ſols, ſi leur nombre fait exactement une ou pluſieurs livres.

EXEMPLE III.

La toiſe eſt une meſure de 6 pieds ; 1 pieds vaut 12 pouces, & 1 pouce vaut 12 lignes. On propoſe d'ajoûter enſemble les nombres complexes, 10 toiſes 4 pieds 8 pouces, & 35 toiſes 5 pieds 6 pouces. On écrira ces deux nombres l'un ſous l'autre, & l'on tirera une ligne au-deſſous, de la maniere ſuivante :

	T.	P.	p.
Nombres à ajoûter,	10	4	8
	35	5	6
	T.	P.	p.
Somme	46	4	2

On commencera par ajoûter ensemble les pouces, en disant, 8 & 6 font 14, qui valent 1 pied 2 pouces. On écrira 2 pouces au-dessous de la colomne des pouces, & l'on retiendra un pied pour le joindre à la colomne des pieds, en disant, 1 pied, que l'on a retenu, & 4 font 5, & 5 font 10. Comme 10 pieds valent une toise & 4 pieds, on écrira 4 pieds au-dessous de la colomne des pieds, & l'on retiendra une toise pour la joindre à la colomne suivante. Une toise, que l'on a retenue, & 5 font 6, que l'on écrira au-dessous de la colomne des unités ; puis on passera à celle des dixaines ; on dira 1 & 3 font 4, que l'on écrira au-dessous.

De la preuve de l'Addition.

Pour s'assurer que l'on a bien opéré en faisant une addition, on ôte la somme des chiffres de chaque colomne, du chiffre qui est au-dessous ; s'il reste quelque chose, on écrit ce qui reste,

au-dessous du chiffre, pour le joindre au chiffre suivant. Si à la fin de l'opération il ne reste rien, c'est une marque, que l'addition a été bien faite. Par exemple, pour connoître si l'addition suivante a été bien faite, on ajoûtera ensemble les trois chiffres de la colomne des centaines, en disant 2 & 5 font 7, & 3 font 10, qui, ôtés de 11 qui sont au-dessous, il restera 1, que l'on écrira au-dessous de 11, pour le joindre au 2 suivant, ce qui fera 12; puis on dira 3 & 1 font 4, & 8 font 12, qui ôtés de 12, il ne restera rien. On ajoûtera ensemble les dixaines, en disant 4 & 2 font 6, qui ôtés de 7, il reste 1, que l'on écrira au-dessous du 7. Cette unité qui en vaut 6, de la colomne suivante étant jointe aux 5 pieds, cela fera 11 pieds, desquels ayant retranché la somme des chiffres

T.	P.	P.
234	3	4
510	5	8
382	2	10
T.	P.	P.
1127	6	10
1 1	1	

de la colomne des pieds, il reftera 1 pied, qui vaut 12 pouces, que l'on joindra aux 10 pouces qui font au-deffous de la colomne des pouces : ce qui fera 22 pouces ; & comme ce nombre eft égal à la fomme des chiffres de la colomne des pouces, on en conclura que l'addition a été bien faite.

Démonftration de l'Addition.

L'addition eft une opération par laquelle on ajoûte enfemble plufieurs nombres, pour en avoir la fomme : or en fuivant la méthode prefcrite pour l'addition, on trouve néceffairement la fomme des nombres donnés ; car on prend d'abord la fomme des unités, puis celle des dixaines, celle des centaines, & ainfi de fuite : donc le nombre trouvé eft égal à la fomme de toutes les parties des nombres à ajoûter enfemble ; & par conféquent, il eft égal à tous ces nombres pris enfemble. Ce qu'il falloit démontrer.

De la Soustraction.

N° 6. La soustraction est une opération par laquelle on retranche un nombre d'un autre. Il est donc nécessaire que les deux nombres ayent des unités de la même espece, ou réductibles à la même espece, & que celui que l'on veut retrancher, soit contenu dans l'autre.

Pour soustraire un nombre d'un autre, on écrit le premier au-dessous du second, de maniere que les unités soient sous les unités, les dixaines sous les dixaines, &c. Puis ayant tiré une barre au-dessous, on retranche chaque chiffre du nombre inférieur, du chiffre correspondant du nombre qui est au-dessus, en commençant par les unités. Il y a trois cas où le chiffre qui doit être retranché, est plus petit que celui dont on veut le retrancher; & l'on écrit le reste au-dessous de la barre; ou il est égal, & comme il ne reste rien, on écrit o au-dessous; ou il est plus

grand, & comme il ne peut pas être retranché, on prend une unité du chiffre qui est plus à gauche, pour la joindre au nombre qui est trop petit, & qui, se trouvant par-là augmenté d'une dixaine, est assez grand pour que l'on puisse en retrancher un nombre qui ne peut pas être plus grand que 9.

EXEMPLE I.

On propose de retrancher 322 de 454. On écrira le premier de ces deux nombres sous l'autre, en cette maniere ; & ayant tiré une barre au-dessous, on retranchera 2 de 4, il restera 2, que l'on écrira au-dessous. On retranchera de même 2 de 5, & l'on écrira le reste 3, au-dessous. On ôtera 3 de 4, & l'on écrira le reste 1, au-dessous. Le nombre 132 sera le reste de la soustraction, ou la quantité dont le premier nombre surpasse celui qu'on en a retranché.

454
322
132

EXEMPLE

EXEMPLE II.

Si du nombre	$\overset{9\,9}{300646}$
on retranche	162786
il reſtera	137860

On ôtera 6 de 6; & comme il ne reſtera rien, on écrira o au-deſſous. 8 ne pouvant pas être retranché de 4; on empruntera une unité du chiffre 6, qui eſt à gauche, ce qui fera 14, dont on retranchera 8; & l'on écrira le reſte 6 au-deſſous du 8. Comme on ne pourra pas retrancher 7 de 5, (le 6 eſt diminué d'une unité que l'on a empruntée pour la joindre au 4,) le premier & le ſecond chiffres ſuivans étant des o, on empruntera une unité du 3, laquelle étant jointe au zéro ſuivant, fera 10, dont on prendra une unité, & l'on écrira 9 au-deſſus du premier o; cette unité jointe au ſecond o, fera dix. On écrira 9 au-deſſus de ce ſecond o, & l'on retiendra une unité qui vaudra 10 centaines qui jointes aux

5 centaines, feront 15 centaines, desquelles on retranchera 7 centaines; & l'on écrira le reste 8 au-dessous. On retranchera ensuite 2 de 9, & l'on écrira le reste 7 au-dessous du 2. On retranchera pareillement 6 de 9, & il restera 3, que l'on écrira au-dessous, Comme on a pris une unité de 3, il faudra seulement retrancher 1 de 2; il restera 1, que l'on écrira au-dessous; & l'opération étant achevée, on aura le nombre 137860, qui est le reste de la soustraction.

EXEMPLE III.

On propose de soustraire 32 livres 10 sols, 4 deniers, de 45 livres 6 sols 4 deniers,

On écrira ces deux nombres l'un sous l'autre, de la maniere suivante; & l'on tirera une barre au-dessous. On ôtera 4 deniers de 4 deniers, & comme il ne restera rien, on

₶	ſ	₰
45	6	4
32	10	4
₶	ſ	₰
12	16	0

écrira o au rang des deniers. Ne pouvant pas retrancher 10 ſols de 6, on empruntera une livre, ce qui fera 26 ſols dont on retranchera 10 ſols, & l'on écrira le reſte 16 au-deſſous. Comme on a emprunté une unité du 5, il ne vaudra plus que 4, dont il faut retrancher 2, & écrire le reſte 2 au-deſſous. On ôtera 3 de 4, & l'on écrira le reſte 1 au-deſſous, & la ſouſtraction ſera faite.

EXEMPLE IV.

On propoſe de retrancher 21 toiſes 3 pieds 9 pouces, de 62 toiſes 4 pieds 7 pouces. On écrira le premier de ces deux nombres ſous le ſecond, comme ci-deſſous. On commencera par les pouces. Comme 9 pouces ne ſçauroient être retranchés de 7, on empruntera un pied, qui vaut 12 pouces, que l'on joindra aux 7 pouces;

T.	P.	P.
62	4	7
21	3	9
T.	P.	P.
41	0	10

ce qui fera 19 pouces, dont on retranchera 9 pouces, & l'on écrira le reste 10 au-dessous. Comme on a emprunté un pied, on retranchera 3 de 3, & on écrira 0 au-dessous. Puis on retranchera une toise de 2, & l'on écrira le reste 1', au-dessous. On retranchera enfin 2 de 6, & l'on écrira le reste 4 au-dessous.

De la preuve de la Soustraction.

La preuve de la soustraction se fait par l'opération contraire, c'est-à-dire par l'addition, en ajoûtant ensemble le nombre que l'on a soustrait, & le reste de la soustraction. Si la somme de ces deux nombres est égale au nombre dont on a soustrait, c'est une marque que l'on a bien opéré ; autrement il faudra recommencer la soustraction. La raison de cette opération est évidente. Dans le dernier exemple, 41 toises 0 pieds 10 pouces sont la quantité dont 62 toises 4 pieds 7 pouces sur-

passent 21 toises 3 pieds 9 pouces. Si l'on ajoûte ce dernier nombre au premier, on le rendra égal au second. On peut aussi recommencer l'opération, pour voir si l'on ne s'est pas trompé.

Démonstration de la Soustraction.

La soustraction est une opération par laquelle on retranche un nombre d'un autre. C'est ce que l'on fait, en ôtant chaque partie du premier nombre de la partie correspondante du second, c'est-à-dire les unités du premier des unités du second, les dixaines des dixaines, les centaines des centaines, & ainsi du reste; & en écrivant le reste au-dessous C. Q. F. D.





CHAPITRE III.

De la Multiplication & de la Division des nombres incomplexes.

N° 7. LA multiplication est une opération par laquelle on répete une grandeur un certain nombre de fois. Il faut donc deux nombres pour faire une multiplication. Le nombre, qui doit être répété ou multiplié, & que l'on nomme *multiplicande* ; & le nombre, qui exprime combien de fois le premier doit être répété, & que l'on nomme *multiplicateur*. Le nombre que l'on trouve par la multiplication, & qui contient le multiplicande autant de fois que le multiplicateur contient l'unité, se nomme *produit*. Le multiplicande & le multiplicateur sont aussi appellés *facteurs* de la multiplication. Si l'on propose, par

exemple, de multiplier 6 par 3, les nombres 6 & 3 sont les *facteurs* de la multiplication. Le premier 6 est le *multiplicande*, & l'autre 3 est le *multiplicateur*. Le nombre 18 que l'on trouve, en répétant 6, trois fois, est le *produit*. Les unités du multiplicande peuvent être abstraites ou concrétes. Comme le produit n'est autre chose que le multiplicande répété un certain nombre de fois, ses unités doivent être de la même espece que celles du multiplicande. Par exemple, si l'on multiplie 8 toises par 4, le produit doit être 32 toises. Le multiplicateur, exprimant combien de fois le produit doit contenir le multiplicande, doit être un nombre abstrait. On ne parle pas de la multiplication géométrique.

N° 8. Pour pouvoir pratiquer la multiplication, il faut sçavoir multiplier l'un par l'autre deux nombres, dont chacun est représenté par un seul

chiffre, ou se servir de la table suivante, que l'on nomme *table de Pytagore.*

TABLE DE PYTAGORE.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Pour trouver dans cette table le produit de deux nombres, on cherche le premier, dans la premiere bande horizontale, & l'on descend jusqu'à la bande qui commence par l'autre nombre : on y trouve le produit des deux nombres. Par exemple, pour trou-

ver le produit de 7 par 4, on cherchera 7 dans la premiere bande; & en descendant jusqu'à la quatrieme bande, on y trouvera 28 au-dessous de 7; 28 est le produit de 7, *multiplié* par 4. Lorsqu'on veut multiplier un nombre par un autre, qui est exprimé par un seul chiffre, on écrit le multiplicateur sous le multiplicande, & ayant tiré une barre au-dessous des deux nombres, on multiplie le chiffre des unités du multiplicande par le multiplicateur. Si le produit est exprimé par un seul chiffre, on écrit ce chiffre sous le multiplicateur au rang des unités. Si le produit est exprimé par deux chiffres, on écrit seulement celui des unités, & l'on retient celui des dixaines, pour le joindre au produit du chiffre des dixaines, que l'on multiplie par le multiplicateur. Si le produit joint à ce qui a été retenu, est exprimé par un seul chiffre, on écrit ce chiffre au rang des dixaines; &

l'on multiplie les centaines. Ainsi de suite.

EXEMPLE.

On propose de multiplier 149 par 4.

Multiplicande	149
Multiplicateur	4
Produit	596

Ayant écrit ces deux nombres l'un sous l'autre, on multipliera 9 par 4, en disant quatre fois 9 font 36. On écrira 6 au-dessous du 4, & l'on retiendra 3, après quoi, on multipliera 4 par 4; le produit sera 16, & 3 que l'on a retenu font 19. On écrira 9 au rang des dixaines, & l'on retiendra 1, pour le joindre au produit suivant; on dira quatre fois 1 font 4, & 1, que l'on a retenu, font 5, que l'on écrira au rang des centaines; 596 sera le produit que l'on cherchoit. On trouveroit le même nombre par l'addition, en écrivant le multiplicande quatre fois de suite; car la multiplication n'est qu'une addition

de nombres égaux. Mais comme cette opération feroit fort longue, fi le multiplicateur étoit feulement compofé de deux chiffres, on a été obligé de recourir à des moyens plus expéditifs que ne feroit l'addition.

Lorfque le multiplicateur eft repréfenté par plus d'un chiffre, on multiplie d'abord tout le multiplicande par le chiffre des unités du multiplicateur. Enfuite on multiplie le multiplicande par le chiffre des dixaines du multiplicateur; & comme le produit que l'on trouve, eft dix fois plus grand qu'il ne feroit fi l'on avoit multiplié par des unités, on le recule d'un rang vers la gauche. Ayant multiplié tout le multiplicande par le chiffre des dixaines du multiplicateur, on le multiplie par celui des centaines, & l'on recule le produit de deux rangs, parce qu'il eft cent fois plus grand, que fi l'on avoit multiplié feulement par des unités. En un mot, on fait autant de multi-

plications particulieres, qu'il y a de chiffres au multiplicateur, & on observe en écrivant les produits particuliers, d'écrire le premier chiffre de chaque produit, sous le chiffre par lequel on multiplie. Après avoir multiplié le multiplicande par tous les chiffres du multiplicateur, on fait l'addition de tous les produis particuliers. Leur somme est le produit total.

EXEMPLE II.

On propose de multiplier 245 par 234.

Multiplicande	245
Multiplicateur	234
Premier produit	980
Deuxieme produit . .	735
Troisieme produit . .	490
Produit total	57330

On écrira le multiplicateur sous le multiplicande, de maniere que les unités soient sous les unités, les dixaines sous les dixaines, & ainsi de suite;

& l'on tirera une barre au-dessous. Cela fait, on commencera par multiplier tout le multiplicande par le chiffre 4 du multiplicateur. On dira quatre fois 5 font 20. On écrira 0 au-dessous du 4, & l'on retiendra 2. Quatre fois 4 font 16, & 2 que l'on a retenu, font 18 : on écrira 8, & on retiendra 1. Quatre fois 2 font 8, & 1 que l'on a retenu font 9, que l'on écrira au produit. On multipliera ensuite le multiplicande par le chiffre 3 des dixaines, en disant trois fois 5 font 15. On écrira 5 au-dessous du 3, & l'on retiendra 1. Trois fois 4 font 12, & 1 que l'on a retenu, font 13. On écrira 3, & l'on retiendra 1. Trois fois 2 font 6, & 1 que l'on a retenu font 7, que l'on écrira à la gauche du 3. On multipliera enfin tout le multiplicande par 2, en disant deux fois 5 font 10. On écrira 0 au-dessous du chiffre multiplicateur, & l'on retiendra 1. Deux fois 4 font 8, & 1 que l'on a retenu font 9, que l'on écrira à la gauche du 0. Deux fois 2

font 4, que l'on écrira à la gauche du 9; puis ayant tiré une barre au-dessous des trois produits, on les ajoûtera ensemble, & la somme sera le produit total. On observera, en écrivant les produits particuliers, de placer chaque chiffre exactement dans la colomne où il doit être, pour éviter la confusion & prévenir les erreurs dans lesquelles on pourroit tomber, en faisant l'addition.

EXEMPLE II.

On propose de multiplier 3404, par 2030.

```
   3404
   2030
 ------
 102120
6808
-------
6910120
```

Comme le premier chiffre du multiplicateur est zéro, au lieu d'écrire quatre zéros de suite, on en écrira un au-dessous du o multiplicateur; après quoi, on multipliera le multiplicande par 3, en disant, trois fois 4 font 12; on

écrira 2 au-dessous du 3, & l'on retiendra 1. Trois fois 0 font 0, & on écrira 1, que l'on a retenu, à la gauche du 2. Trois fois 4 font 12; on écrira 2, & on retiendra 1. Trois fois 3 font 9, & 1 que l'on a retenu font 10, que l'on écrira à la gauche du 2. Comme il n'y a point de centaines au multiplicateur, on multipliera par le chiffre des mille. On dira donc, deux fois 4 font 8, que l'on écrira au-dessous du chiffre multiplicateur, au rang des mille. Deux fois 0 font 0, que l'on écrira à la gauche du 8. Deux fois 4 font 8; on écrira 8 à la gauche de 0. Deux fois 3 font 6, que l'on écrira à la gauche du 8. Ayant ainsi trouvé ces deux produits particuliers, on en fera l'addition. Leur somme sera le produit total.

De la preuve de la Multiplication.

Pour s'assurer si l'on a bien opéré, on peut multiplier le multiplicateur par le multiplicande: si l'on ne trouve

pas un produit égal au premier, c'eſt une marque ſûre que l'on s'eſt trompé dans l'une ou l'autre multiplication. Mais comme cela ne montre pas comment, ni en quel endroit on s'eſt trompé, il vaut mieux repaſſer l'un après l'autre les produits particuliers, & voir enſuite ſi l'addition que l'on en a faite, eſt bonne, ou faire deux ou trois fois de ſuite la même opération.

Démonſtration de la Multiplication.

Multiplier un nombre par un autre, c'eſt en chercher un troiſieme qui ſoit autant de fois plus grand que le premier, que le ſecond eſt plus grand que l'unité, ou qui contienne autant de fois le premier que le ſecond contient l'unité. Or en ſuivant les régles preſcrites pour la multiplication, on trouve ce nombre. 1.° Si le multiplicateur eſt exprimé par un chiffre, par exemple 6 ou 7, il eſt évident

qu'en multipliant toutes les parties du multiplicande par ce chiffre, on a pour produit, un nombre qui eſt ſix ou ſept fois plus grand que le multiplicande. 2° Si le multiplicateur eſt repréſenté par pluſieurs chiffres, par exemple, par 235, on peut le regarder comme s'il étoit composé de ces trois nombres 200, 30, 5. En multipliant le multiplicande par 5, on a pour produit un nombre cinq fois plus grand que le multiplicande. En multipliant le multiplicande par 3, & reculant le produit d'un rang, on a un nombre qui eſt 3 fois, 10 fois, ou 30 fois plus grand que le multiplicande. Multipliant le multiplicande par 2, & reculant le produit de deux rangs, on a un nombre qui eſt 2 fois, 100 fois, ou 200 fois plus grand que le multiplicande. Enfin, en ajoûtant enſemble ces trois nombres, on en a un qui eſt 200 fois + 30 fois + 5 fois ou 235 fois plus grand que le multiplicande,

& qui eſt par conſéquent autant de fois plus grand que le multiplicande, que le multiplicateur eſt plus grand que l'unité. C. Q. F. D.

Du toiſé.

N° 9. On appelle *toiſé* l'art de meſurer des étendues, avec la toiſe ou des meſures relatives à la toiſe.

Comme il y a trois eſpeces d'étendue, il y a auſſi trois eſpeces de toiſes. La toiſe linéaire eſt une ligne de ſix pieds.

La toiſe quarrée eſt une ſurface quarrée d'une toiſe de long & d'une toiſe de large.

La toiſe cube eſt un ſolide renfermé par ſix faces dont chacune eſt un quarré d'une toiſe.

N° 10. On trouve le nombre des toiſes quarrées contenues dans un quarré long ABCD (*Fig.* I,) que l'on nomme *rectangle*, en multipliant ſa longueur BC, par ſa largeur AB, ou

ſa largeur par ſa longueur. Si ſa largeur eſt, par exemple, de 4 toiſes, & ſa longueur de 5, il eſt évident que ſon étendue ſera de quatre fois 5 toiſes, ou de 20 toiſes; d'où il ſuit que le produit de deux nombres eſt le même, ſoit qu'on multiplie le premier par le ſecond, ou le ſecond par le premier; par exemple, $5 \times 4 = 4 \times 5$.

N° 11. Lorſque les deux côtés d'un rectangle ſont égaux, on le nomme *quarré:* on trouve le nombre des toiſes quarrées qu'il contient, en multipliant un de ſes côtés par lui-même. Si le côté du quarré eſt de 5 toiſes, en multipliant 5 par 5, on trouvera qu'il contient 25 toiſes quarrées. Le produit 25 eſt appellé *quarré* de 5; & 5 eſt nommé *racine quarrée* de 25.

Lorſqu'on connoît le nombre des toiſes quarrées contenues dans un quarré, on trouve le côté de ce quarré, par une opération qu'on appelle *extraction de la racine quarrée.*

N° 12. On nomme *parallélépipede* un folide ABCDEFGHI, (*Fig.* II,) dont les fix faces font fix rectangles. La bafe fupérieure ABCD eft formée par les bafes fupérieures d'autant de toifes cubes, que cette bafe contient de toifes quarrées. On aura le nombre des toifes quarrées contenues dans le rectangle ABCD, (N° 10,) en multipliant AB par BC. Si l'on multiplie ce produit par le nombre des toifes linéaires contenues dans la hauteur BG, le produit fera le nombre des toifes cubes contenues dans tout le parallélépipede, dont chaque tranche horizontale d'une toife d'épaiffeur contient autant de toifes cubes qu'il y a de toifes quarrées dans ABCD.

N° 13. Comme on peut prendre pour bafe du parallélépipede celle des fix faces que l'on veut, il eft évident que l'on aura toujours le nombre des toifes cubes qu'il contient, en multi-

pliant l'une par l'autre ses trois dimensions, dans quelqu'ordre qu'on les multiplie. Si l'on regarde les trois facteurs d'un produit, comme les trois dimensions d'un parallélépipede, on verra que dans quelqu'ordre qu'on les multiplie, ils doivent donner toujours le même produit. Si l'on multiplie par 3 ou par 4 une des trois dimensions du parallélépipede, il sera trois fois ou quatre fois plus grand; d'où il suit que le produit de la multiplication de quatre facteurs sera le même dans quelqu'ordre qu'on les multiplie. On prouveroit de même que le produit d'un plus grand nombre de facteurs est toujours le même dans quelque ordre qu'on les multiplie.

N° 14. Lorsque les trois dimensions d'un parallélépipede sont égales, on le nomme *cube*. Le nombre des toises linéaires contenues dans une de ces dimensions, multiplié deux fois par lui-même, donne pour produit le nombre

des toises cubes contenues dans le cube. Le produit du nombre multiplié deux fois par lui-même, est appellé *cube* de ce nombre. Et le nombre est nommé *racine cubique.* Si l'on multiplie 3 deux fois par lui-même, le produit sera 27; 3 est la *racine cubique* de 27, & 27 est le *cube* de 3. L'opération, que l'on fait pour trouver la racine cubique d'un nombre, est appellée *extraction de la racine cubique.* Le quarré d'un nombre est aussi appellé *seconde puissance* de ce nombre; son cube est appellé *troisieme puissance.* La premiere puissance d'un nombre est le produit du nombre par l'unité, ou le nombre lui-même. La seconde puissance est le produit du nombre multiplié une fois par lui-même. La troisieme puissance est le produit du nombre multiplié deux fois par lui-même. La quatrieme puissance est le produit du nombre multiplié trois fois par lui-même; & ainsi de suite.

L'extraction des racines quarrée & cubique n'étant point nécessaire pour l'intelligence du reste de l'ouvrage, on ne la donnera pas dans ces élémens.

De la division des nombres incomplexes.

N° 15. Diviser un nombre par un autre, c'est chercher combien de fois le second est contenu dans le premier; ou bien c'est le partager en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le second. Le nombre à diviser se nomme *dividende*. Celui par lequel on divise, s'appelle *diviseur*. On appelle *quotient* le nombre que l'on trouve par la division, & qui contient l'unité autant de fois que le dividende contient le diviseur. Par exemple, diviser 32 par 8, c'est chercher combien de fois 8 est contenu dans 32, ou quelle est la huitieme partie de 32, qui est 4. 32 est le *dividende*; 8 est le *diviseur*; & 4 est le *quotient*.

Le dividende peut être un nombre abſtrait, ou un nombre concret. Mais comme le produit du quotient par le diviſeur, ou du diviſeur par le quotient, doit être égal au dividende, &, par conſéquent, avoir les mêmes unités, il faut que le quotient ou le diviſeur ait des unités de même eſpece que le dividende. Mais de quelque maniere que l'on conſidere la diviſion, le quotient aura toujours le même nombre d'unités. Par exemple, ſi l'on propoſe de diviſer 32 toiſes par 8 toiſes, on trouvera pour quotient 4, qui eſt un nombre abſtrait. Si l'on propoſe de diviſer 32 toiſes par 8, on trouvera pour quotient 4 toiſes. On peut donc diviſer 32 par 8, ſans ſe mettre en peine de ſçavoir quelle eſt la nature des unités de ces deux nombres.

Lorſque le diviſeur eſt exprimé par un ſeul chiffre, la diviſion eſt appellée *diviſion ſimple.* Lorſqu'il eſt repréſenté par

par plus d'un chiffre, la diviſion eſt appellée *diviſion compoſée.*

De la Diviſion ſimple.

N° 16. Lorſqu'on veut diviſer un nombre par un autre, on écrit le diviſeur à la droite du dividende, les ſéparant par un crochet ; & l'on tire une barre au-deſſous du diviſeur. On commence par les unités du plus haut degré. Par exemple, ſi le dividende a trois chiffres, on diviſe le nombre des centaines en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le diviſeur, & l'on écrit le quotient ſous la barre au rang des centaines. On multiplie le diviſeur par le quotient que l'on a trouvé, & l'on ſouſtrait le produit du nombre des centaines que l'on vient de diviſer : s'il reſte quelque choſe, on le joint au nombre des dixaines, que l'on diviſe encore de la même maniere ; & l'on écrit le quotient à la droite du premier que l'on a trouvé. On multi-

plie le diviseur par ce dernier quotient; & l'on soustrait le produit, du nombre des dixaines, que l'on a divisé; & l'on joint le reste des dixaines aux unités du dividende, pour avoir un troisieme dividende que l'on divisera comme les deux premiers. Ainsi on aura autant de divisions particulieres, & autant de quotients après la premiere division, qu'il restera de chiffres au dividende. Lorsque le premier chiffre du dividende est moindre que le diviseur, on le joint au chiffre suivant. Si un des dividendes suivans est moindre que le diviseur, on le joint au chiffre qui suit, & l'on met zéro au quotient. Ceci s'éclaircira par des exemples.

EXEMPLE I.

On propose de diviser 762, par 3.

Le dividende & le diviseur disposés comme ci-après ; on dira : le tiers de 7 est 2, que l'on écrira sous la barre,

dans un rang qui doit être celui des centaines. On multipliera le diviſeur par le quotient, en diſant, deux fois 3 font 6, que l'on écrira ſous le 7 du dividende, pour le retrancher; & l'on écrira le reſte 1, au-deſſous du 6; après quoi, on abbaiſſera le 6 du dividende à côté du reſte 1, de la premiere diviſion, ce qui donnera 16, pour nouveau dividende, dont on prendra le tiers qui eſt 5, que l'on écrira au quotient; à la droite du 2. On multipliera le diviſeur 3, par le quotient 5; & l'on écrira le produit 15 au-deſſous du dernier dividende 16, pour l'en retrancher; & on écrira le reſte 1, au-deſſous du 5. On abbaiſſera le 2 du dividende à côté du reſte 1 de la derniere ſouſtraction; ce qui fera 12, pour

```
762 (  3
6   { ----
-   ( 254
16
15
--
12
12
--
0
```

le dernier dividende dont on prendra le tiers qui est 4, que l'on écrira au quotient. Ayant multiplié le diviseur par le quotient 4, on écrira le produit 12 sous le dernier dividende, & comme ces deux nombres sont égaux, il n'y aura point de soustraction à faire. Le diviseur 3 est contenu exactement 254 fois dans le dividende 762.

EXEMPLE II.

On propose de diviser 2420 par 6.

On écrira le diviseur à la droite du dividende, de la maniere suivante:

```
2420 {  6
24   { 403 2/6
--
  20
  18
  --
   2
```

Comme le diviseur 6 n'est pas contenu dans le premier chiffre du dividende, on prendra les deux premiers

chiffres, & l'on dira, en 24, combien de fois 6; on trouvera qu'il y est contenu quatre fois; & l'on écrira 4 au quotient. On multipliera le diviſeur 6, par le quotient 4; & l'on écrira le produit 24 ſous les deux premiers chiffres du dividende, pour faire la ſouſtraction. Mais comme ces deux nombres ſont égaux, il ne reſtera rien. On abbaiſſera le 2; comme il eſt moindre que le diviſeur 6, on mettra 0 au quotient, à la droite du 4; après quoi, on abbaiſſera le 0 du dividende à côté du 2; ce qui fera 20, que l'on diviſera par 6; & l'on écrira le quotient 3, à la droite des deux chiffres que l'on a deja trouvés. On multipliera le diviſeur 6, par le dernier quotient 3, & l'on écrira le produit 18 ſous le dernier dividende 20, pour le ſouſtraire de ce dividende. Le reſte ſera 2, qui n'ayant pas pu être diviſé, on ſe contente d'indiquer la diviſion, en l'écrivant à la droite du quotient, avec le diviſeur au-deſſous,

féparé par un trait — qui fignifie *divifé par.* Ainfi le quotient de 2420, divifé par 6, eft 403 + $\frac{2}{6}$; ce qui fignifie 403 plus deux fixiémes.

De la Divifion compofée.

N° 17. Lorfque le divifeur a plufieurs chiffres, la divifion fe fait encore de la même maniere.

EXEMPLE.

On propofe de divifer 24305 par 312.

On écrit le divifeur à la droite du dividende, comme ci-deffous.

$$\begin{array}{r|l} 24305 & 312 \\ 2184 & \overline{77\ \frac{281}{312}} \\ \hline 2465 & \\ 2184 & \\ \hline 281 & \end{array}$$

Le premier chiffre 2 du dividende étant moindre que le premier chiffre du divifeur, on prendra les quatre premiers chiffres 2430 du dividende, pour les divifer par 312. On cherchera d'abord

combien de fois le premier chiffre 3 du diviſeur eſt contenu dans les deux premiers chiffres 24 du dividende, & l'on trouvera qu'il y eſt contenu huit fois, mais comme les autres chiffres du diviſeur ne ſont pas contenus huit fois dans les deux chiffres 30 du dividende, le quotient 8 ſera trop grand. On le diminuera d'une unité, & l'on multipliera 312 par 7; & le produit 2184 pouvant être ôté de 2430, on l'écrira au-deſſous de ce dernier nombre, pour l'en ſouſtraire. On mettra 7 au quotient. On abbaiſſera le 5 du dividende à côté du reſte de la ſouſtraction; ce qui fera 2465, que l'on diviſera encore par 312. On écrira le quotient 7 à la droite du premier, & le produit 2184 du diviſeur 312 multiplié par 7, ſous le dernier nombre que l'on a diviſé, pour l'en ſouſtraire. On écrira le reſte 281 à la droite du quotient avec le diviſeur au-deſſous, & une barre entre deux.

REMARQUE.

Lorſqu'après avoir multiplié le diviſeur par le quotient, on trouve que le produit eſt plus grand que la partie du dividende de laquelle on doit le ſouſtraire, c'eſt une marque que le chiffre que l'on a mis au quotient, eſt trop grand; il faut le diminuer d'une unité & l'éprouver de nouveau. Au contraire, ſi ayant ſouſtrait le produit de la multiplication du diviſeur par le quotient, de la partie du dividende que l'on a diviſée, le reſte de la ſouſtraction eſt auſſi grand, ou plus grand que le diviſeur, le quotient, que l'on aura trouvé, ſera trop petit & il faudra l'augmenter.

De la Preuve de la Diviſion.

On multiplie le diviſeur par le quotient; & ſi le produit joint à la partie du dividende, qui n'a pas été diviſée, [c'eſt-à-dire le reſte de la derniere ſouſtraction,] n'eſt pas égal au dividende, c'eſt une marque que la diviſion a été

mal faite ; & il faut la recommencer. Dans le dernier exemple, si l'on veut sçavoir si l'on a bien opéré, on multipliera le diviseur 312, par le quotient 77, & l'on ajoûtera au produit 24024 la partie 281 du dividende qui n'a pas été divisée ; & la somme de ces deux nombres étant égale au dividende, c'est une marque que la division a été bien faite. Il n'est pas impossible ; mais il est bien difficile que l'on fasse, dans la division & dans la preuve, des erreurs qui se détruisent mutuellement.

Démonstration de la Division.

Diviser un nombre par un autre ; c'est partager le premier en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le second, ou chercher combien de fois le second est contenu dans le premier. Or, en suivant les régles prescrites pour la division on trouve pour quotient, un nombre qui est contenu autant de fois dans le dividende, que l'unité est contenue dans le diviseur, ou le nom-

bre de fois que le dividende contient le diviſeur. Dans le premier cas, on partage chaque partie du dividende en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le diviſeur; & l'on écrit une de ces parties au quotient. Par exemple, ſi le diviſeur eſt 4, le quotient ſera compoſé du quart des mille, du quart des centaines, du quart des dixaines, & du quart des unités. Dans le ſecond cas, chaque chiffre du quotient exprime le nombre de fois que le diviſeur a été retranché du dividende; & par conſéquent, le quotient exprime le nombre de fois que le diviſeur eſt contenu dans le dividende. Suppoſez que le quotient ſoit 245, ſi l'on fait bien attention à la maniere, dont chaque ſouſtraction a été faite, on verra que le diviſeur a été retranché du dividende. Premierement deux cent fois, ſecondement quarante fois, troiſiémement cinq fois. Donc il eſt contenu deux cent quarante-cinq fois dans le dividende. C. Q. F. D.



CHAPITRE IV.

Des Fractions.

N° 18. LORSQU'ON divise l'unité principale en plusieurs parties égales, elles sont appellées *unités fractionnaires*. Une unité fractionnaire, ou la collection de plusieurs unités fractionnaires, est appellée *fraction* ou *nombre rompu*. Il faut donc deux nombres pour représenter une fraction; un qui marque en combien de parties l'unité principale est partagée, & que l'on nomme *dénominateur*; & un autre qui marque combien on prend de ces parties, & qui est appellé *numérateur*. On écrit le dénominateur au-dessous du numérateur, avec une barre entre-deux, en forme de division indiquée. Par exemple, $\frac{5}{6}$ est une fraction dont le *dénominateur* 6 montre

que l'unité principale eſt diviſée en ſix parties égales ; & le *numérateur* 5 marque que l'on prend cinq de ces parties. Cette fraction ſignifie cinq ſixiemes d'un. Le numérateur eſt appellé *premier terme*, & le dénominateur *ſecond terme* de la fraction.

Les nombres rompus ſont *abſtraits* ou *concrets*. Par exemple, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, qui ſignifient un quart de fois, trois cinquiemes de fois, ſont des *nombres abſtraits*.

$\frac{1}{4}$ écu, $\frac{3}{5}$ toiſe qui ſignifient un quart d'écu, trois cinquiemes de toiſes, ſont des *nombres concrets*.

N° 19. Si on multiplie les deux termes d'une fraction par un même multiplicateur, la fraction ne changera point de valeur. Par exemple, ſi l'on multiplie les deux termes de la fraction $\frac{2}{3}$ par 3, on aura la fraction $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Car le dénominateur devenant trois fois plus grand, chaque unité de la nou-

velle fraction sera trois fois plus petite ; mais le numérateur ayant aussi été multiplié par 3, le nombre des unités sera devenu trois fois plus grand.

Si l'on divise les deux termes d'une fraction par un même diviseur, la nouvelle fraction aura la même valeur que la premiere. Par exemple, si l'on divise par 3, les deux termes de la fraction $\frac{6}{9}$, on aura la fraction $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$; en divisant par 3 le dénominateur 9, l'unité fractionnaire devient trois fois plus grande ; & en divisant aussi par 3 le numérateur 6, on rend le nombre des unités trois fois plus petit ; & la fraction n'a point changé de valeur.

Plus le diviseur commun des deux termes de la fraction est grand, plus les termes de la nouvelle fraction sont petits. Lorsque les deux termes d'une fraction n'ont plus d'autre diviseur commun que l'unité, on dit que la fraction est *réduite à ses moindres termes*.

Réduire une fraction à ses moindres termes.

N° 20. Si les termes de la fraction sont des nombres pairs, on les divisera par 2. Lorsqu'ils ne pourront plus être divisés par 2, on tentera de les diviser par 3, par 5, par 7, par 11, jusqu'à ce qu'ils n'ayent plus d'autre diviseur commun, que l'unité. Par exemple, si l'on veut réduire la fraction $\frac{504}{945}$ à ses moindres termes, on divisera les deux termes par 3, & on aura la fraction $\frac{168}{315}$, que l'on divisera encore par 3, ce qui donnera $\frac{56}{105}$, dont on divisera les deux termes par 7, & l'on trouvera $\frac{8}{15}$. Si les deux termes d'une fraction avoient des 0 à la fin, on effaceroit autant de 0 dans l'un que dans l'autre.

Réduire deux fractions au même dénominateur, sans changer leur valeur.

N° 21. On multipliera les deux termes de la premiere fraction par le dé-

nominateur de la seconde, & ceux de la seconde par le dénominateur de la premiere. Par exemple, on veut réduire les deux fractions $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$ au même dénominateur : on multipliera les deux termes de la premiere, par le dénominateur 5 de la seconde ; ce qui donnera la fraction $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ (N° 19.) Puis on multipliera les deux termes de la fraction $\frac{3}{5}$, par le dénominateur 3 de la premiere ; ce qui donnera la fraction $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ qui aura même dénominateur que la premiere ; car le dénominateur de la premiere est le produit de 3 par 5, & celui de la seconde, est le produit de 5 par 3.

Lorsqu'on a plusieurs fractions à réduire au même dénominateur, on multiplie tous leurs dénominateurs les uns par les autres, pour avoir le dénominateur commun. Ensuite, pour avoir le numérateur de chaque fraction, on multiplie le numérateur de cette fraction par les dénominateurs de toutes

les autres. Par-là toutes les nouvelles fractions ont le même dénominateur, sans avoir changé de valeur, puisque les deux termes de chaque fraction ont été multipliés par les dénominateurs de toutes les autres fractions ; ce qui ne change point la valeur des fractions, dont les deux termes ont été multipliés. Soient les fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{4}$, qu'il faut réduire au même dénominateur. On multipliera l'un par l'autre tous les dénominateurs 3, 5, 3, 4, en disant trois fois 5 font 15, trois fois 15 font 45, quatre fois 45 font 180, qui est le dénominateur commun : pour avoir le numérateur de la fraction $\frac{2}{3}$, on multipliera le numérateur 2 par les dénominateurs des trois autres fractions ; ce qui fera 120, pour le numérateur de la nouvelle fraction $\frac{120}{180}$. On trouvera de même le numérateur de chacune des trois autres fractions, en multipliant son numérateur par les dénominateurs de toutes les autres ;

& l'on aura les fractions $\frac{120}{180}$, $\frac{108}{180}$, $\frac{240}{180}$, $\frac{135}{180}$, de même valeur que les fractions proposées.

Il importe peu dans quel ordre on multiplie les dénominateurs, (N° 13,) parce qu'ils donneront toujours le même produit.

Trouver les entiers qui sont dans les fractions.

N° 22. Lorsque le numérateur d'une fraction est égal à son dénominateur, la fraction est égale à l'unité principale, & vaut un *entier*. Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction vaudra autant d'*entiers* ou d'unités principales que le numérateur contiendra de fois le dénominateur. Donc en divisant le numérateur d'une fraction, par son dénominateur, on aura le nombre des entiers qu'elle contient. Par exemple, si l'on divise le numérateur 16 de la fraction $\frac{16}{3}$ par son dénominateur 3,

on trouvera qu'elle eſt égale à 5 entiers & $\frac{1}{3}$. On remarquera qu'une fraction eſt égale au quotient de la diviſion de ſon numérateur, par ſon dénominateur.

De l'Addition des Fractions.

N° 23. On réduira les fractions, qu'on veut ajoûter enſemble, au même dénominateur; & ayant ajoûté enſemble tous leurs numérateurs, on écrira au-deſſous de leur ſomme le dénominateur commun. La raiſon de cette pratique eſt évidente. On ne ſçauroit ajoûter enſemble que des unités de même eſpece. De plus toutes les fractions ayant le même dénominateur, il eſt clair que leur ſomme eſt égale à une fraction qui a le même dénominateur, & dont le numérateur eſt égal à la ſomme de tous leurs numérateurs. Par exemple, il eſt évident que $\frac{2}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{9}{6}$.

De la Soustraction des Fractions.

N° 24. On réduira les deux fractions au même dénominateur; & l'on retranchera le numérateur de la plus petite du numérateur de l'autre; & on écrira au-dessous du reste le dénominateur commun. *Exemple.* Si de $\frac{5}{4}$ on retranche $\frac{3}{4}$, il restera $\frac{2}{4}$.

De la Multiplication des Fractions.

N° 25. On peut multiplier une fraction par un nombre entier, ou par une fraction. Multiplier une fraction par 2 ou par 3, c'est la rendre deux fois ou trois fois plus grande. On peut le faire de deux manieres, en multipliant le numérateur, ou en divisant le dénominateur. Par exemple, on propose de multiplier par 3 la fraction $\frac{2}{6}$; si l'on multiplie le numérateur 2 par 3, on aura la fraction $\frac{6}{6}$, qui sera trois fois plus grande que la premiere. Si l'on divise le dénominateur 6 par 3, on aura la fraction $\frac{2}{2}$ qui sera aussi trois fois

plus grande que la premiere, & qui eſt plus ſimple que $\frac{6}{6}$; mais on ne peut pas toujours diviſer le dénominateur.

On propoſe de multiplier la même fraction $\frac{2}{6}$, par la fraction $\frac{3}{4}$. On multipliera le numérateur 2 de la premiere fraction par le numérateur 3 de la ſeconde ; ce qui donnera $\frac{6}{6}$; mais comme ce n'eſt pas par 3 qu'il faut multiplier, mais ſeulement par $\frac{3}{4}$, la fraction $\frac{6}{6}$, que l'on a trouvée, eſt quatre fois trop grande ; on la rendra quatre fois moindre, en multipliant ſon dénominateur par 4 ; ce qui donnera la fraction $\frac{6}{24}$ pour le produit des deux fractions. On aura donc le produit de deux fractions, en multipliant l'un par l'autre les deux numérateurs, & les deux dénominateurs auſſi.

De la Diviſion des Fractions.

N° 26. Diviſer une fraction par un nombre quelconque, c'eſt la rendre autant de fois plus petite que le divi-

seur contient de fois l'unité. *Exemple.* Diviser la fraction $\frac{6}{24}$ par 3, c'est la rendre trois fois plus petite. On peut le faire de deux manieres, en multipliant son dénominateur, ou en divisant son numérateur par 3; ce qui donnera $\frac{6}{72}$ ou $\frac{2}{24}$.

Si l'on vouloit diviser la fraction $\frac{6}{24}$ par $\frac{3}{4}$, après l'avoir divisée par 3, il faudroit la multiplier par 4, parce que ce n'est pas par 3, mais seulement par $\frac{3}{4}$ qu'il faut diviser, & que le diviseur étant quatre fois plus petit, le quotient doit être quatre fois plus grand. La fraction $\frac{2}{24}$, que l'on a trouvée, est donc quatre fois trop petite; on la rendra quatre fois plus grande, (N° 25,) en divisant son dénominateur 24 par 4; ce qui donnera la fraction $\frac{2}{6}$, ou en multipliant son numérateur 2 par 4; & l'on aura la fraction $\frac{8}{24}$ pour le quotient de la fraction $\frac{6}{24}$ divisée par $\frac{3}{4}$.

Des Fractions de Fractions.

N° 27. De même que l'on partage

l'unité principale en unités fractionnaires, on partage aussi l'unité fractionnaire, considérée comme une unité collective, en unités fractionnaires que l'on nomme *unités fractionnaires de fractions*. Une de ces unités fractionnaires de fractions, ou la collection de plusieurs unités fractionnaires de fractions, se nomme *fraction de fraction*. Par exemple $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ est une *fraction de fraction*. Si l'on regarde la *fraction de fraction* $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$, comme une unité collective, & qu'on la partage en un nombre quelconque de parties égales, on aura de nouvelles *unités fractionnaires de fraction de fraction*, dont on fera une *fraction de fraction de fraction*. Par exemple, les trois quarts de la *fraction de fraction* $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ font une *fraction de fraction de fraction*, que l'on écrit ainsi, $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$, qui signifie les trois quarts des deux tiers de cinq sixiemes.

Une fraction de fraction est égale au produit des deux fractions par les-

quelles elle eſt repréſentée. Par exemple, la fraction de fraction $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ eſt égale à $\frac{10}{18}$. Pour prendre le tiers de $\frac{5}{6}$, il faut diviſer $\frac{5}{6}$ par 3 ; ce qui donnera, (N° 26,) $\frac{5}{18}$, dont il faut prendre le double qui eſt $\frac{10}{18}$. On remarquera que $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$ de $\frac{2}{3}$, puiſque chacune de ces deux fractions de fraction eſt égale au produit des deux fractions par leſquelles elle eſt repréſentée.

Si on vouloit avoir une ſimple fraction égale à la fraction de fraction de fraction $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$, il faudroit multiplier ces trois fractions l'une par l'autre ; car $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6} = \frac{2 \times 5}{3 \times 6}$ ou $\frac{10}{18}$ & $\frac{3}{4}$ de $\frac{10}{18} = \frac{3 \times 10}{4 \times 18}$ ou $\frac{30}{72}$. Quel que ſoit le nombre des fractions, on les réduira à une ſeule, dont le numérateur ſera le produit de leurs numérateurs, & le dénominateur le produit de leurs dénominateurs.





CHAPITRE V.

De la Multiplication & de la Division des nombres complexes.

N° 28. LA multiplication des nombres complexes se fait en multipliant tout le multiplicande par toutes les parties du multiplicateur qu'il faut toujours regarder comme un nombre abſtrait. Par exemple, ſi une toiſe de bois coûte 16 livres 10 ſols 6 deniers, il eſt évident que le prix de 45 toiſes $\frac{1}{2}$ ſera égal à $45\frac{1}{2}$ fois 16 liv. 10 ſols 6 deniers & qu'il faut multiplier 16 livres 10 ſols 6 deniers par $45\frac{1}{2}$.

Multiplicande	16 l.	10 ſ.	6 d.
Multiplicateur	$45\frac{1}{2}$		
	80 l.		
	64		
	22	10 ſ.	
	1	2	6 d.
	8	5	3
	751 l.	17 ſ.	9 d.

Ayant

Ayant écrit le multiplicateur sous le multiplicande, comme on le voit, on multipliera 16 livres par les cinq unités du multiplicateur, & l'on écrira le produit 80 livres au-dessous du multiplicateur. On multipliera ensuite 16 livres par les quatre dixaines du multiplicateur, & l'on écrira le produit 64 au-dessous de l'autre, de maniere que le 4 soit au rang des dixaines. On multipliera les sols par 45 : si l'on avoit une livre à multiplier par 45, cela feroit 45 livres. Mais comme 10 sols ne font que la moitié d'une livre, on ne doit avoir pour produit que la moitié de 45 livres ou 22 livres 10 sols, que l'on écrira au-dessous des deux autres produits, observant que le chiffre des unités soit dans la colonne des unités.

Pour multiplier 6 deniers par 45, on considérera que 6 deniers ne font que la quarantieme partie d'une livre, ou la vingtieme partie de 10 sols, & que par conséquent le produit de 6 deniers

par 45, ne doit être que la vingtieme partie de celui de 10 sols, par le même multiplicateur: on prendra donc pour ce produit la vingtieme partie de 22 livres 10 sols. La vingtieme partie de 22 livres est 1 livre que l'on écrira au-dessous. Il restera 2 livres qui font 40 sols que l'on joindra aux 10 sols; ce qui fera 50 sols, dont la vingtieme partie est 2 sols 6 deniers que l'on écrira aux rangs des sols & des deniers.

On n'a encore multiplié le multiplicande, que par la partie 45 du multiplicateur; il reste à le multiplier par la fraction $\frac{1}{2}$. Si la multiplicande devoit être multipliée par 1, le produit seroit égal au multiplicande; mais comme le multiplicateur n'est que $\frac{1}{2}$, il faut donc prendre pour produit seulement la moitié du multiplicande. La moitié de 16 livres est 8 livres que l'on écrira au-dessous du dernier produit; la moitié de 10 sols est 5 sols, & la moitié de 6 deniers est 3 deniers. Ayant ainsi

trouvé tous ces produits, on en fera la ſomme.

Lorſque le nombre des ſols, ou des ſols avec celui des deniers, eſt contenu exactement un certain nombre de fois dans la livre, on dit que ce nombre eſt *partie aliquote de la livre.* Une partie aliquote de la livre peut être repréſentée par une fraction qui a pour numérateur l'unité, & pour dénominateur le nombre de fois que la partie aliquote eſt contenue dans la livre. Par exemple, 10 ſols ſont la moitié d'une livre; 6 ſols 8 deniers ſont le tiers d'une livre. Lorſque le nombre des ſols ou des deniers n'eſt pas partie aliquote de la livre, on le partage en deux nombres qui ſoient parties aliquotes de la livre. Par exemple, 14 ſols ne ſont pas partie aliquote de la livre; mais on peut les partager en deux nombres, 10 & 4, dont le premier eſt la moitié, & l'autre la cinquieme partie de la livre. Pour 10 ſols

on prend la moitié du multiplicateur; & pour 4 sols, on en prend la cinquieme partie.

N° 29. Comme la toise n'est pas toujours contenue exactement une ou plusieurs fois dans les étendues que l'on mesure, on a recours à d'autres mesures qui sont des parties de la toise quarrée & de la toise cube.

On partage la toise quarrée que l'on nomme *toise-toise*, en six rectangles qui ont chacun une toise de long & un pied de large, & que l'on nomme *toises-pieds* à cause de leurs dimensions. Une *toise-pied* se partage en douze rectangles, dont chacun a une toise de long & un pouce de large, & que l'on nomme *toises-pouces;* une toise-pouce se divise en douze *toises-lignes*.

La toise cube que l'on nomme *toise-toise-toise*, se partage en six *toises-toises-pieds*, dont chacune est une parallélépipede, qui a une toise quarrée de base & un pied de hauteur. La TTP. se par-

tage en douze *T.T. pouces*; une T.T.p. se partage en douze *T.T. lignes*.

On propose de multiplier $45^{T.}\ 3^{P.}\ 4^{P.}$ par $8^{T.}\ 4^{P.}$ On écrira ces deux nombres l'un sous l'autre, comme ci-dessous.

$45^{T.}$	$3^{P.}$	$4^{P.}$	
8	4		
$364^{TT.}$	$2^{TP.}$	$8^{P.}$	
15	1	1	$4^{TL.}$
15	1	1	4
$394^{TT.}$	$4^{TP.}$	$10^{TP.}$	$8^{TL.}$

On multipliera d'abord par les huit toises du multiplicateur toutes les parties du multiplicande, en commençant par les pouces. On dira huit fois 4 font $32^{TP.}$ dans lesquelles il y a 2 toises-pieds, que l'on retiendra, & on écrira $8^{TP.}$ au produit. Ensuite on multipliera 3 pieds par 8 toises; le produit sera 24 toises-pieds, & 2 que l'on a retenus font $26^{TP.}$ dans lesquelles il y a $4^{TT.}$ que l'on retiendra, & $2^{TP.}$ qu'on écrira au produit.

On multipliera enſuite les $5^{T.}$ du multiplicande par $8^{T.}$ Le produit ſera $40^{TT.}$ auxquelles on joindra les $4^{TT.}$ que l'on a retenues; ce qui fera $44^{TT.}$ On écrira $4^{TT.}$ au produit, & l'on retiendra 4; huit fois 4 font 32, & 4 que l'on a retenus font 36, que l'on écrira au produit.

Pour multiplier le multiplicande par les quatre pieds du multiplicateur, on conſidérera que ſi l'on avoit à multiplier par une toiſe, le produit feroit $45^{TT.}\ 3^{TP.}\ 4^{Tp.}$ Mais comme le multiplicateur n'eſt que les deux tiers d'une toiſe, il ne faut prendre que les deux tiers de ce produit. On en prendra le tiers que l'on écrira deux fois de ſuite au produit. On dira donc le tiers de 45 eſt 15, qu'on écrira au produit. Le tiers de 3 eſt 1, qu'on écrira au-deſſous; le tiers de quatre toiſes-pouces eſt une toiſe-pouce & quatre toiſes-lignes. Le multiplicande ayant été ainſi multiplié par toutes les parties du multi-

plicateur, on additionnera tous les produits. Leur ſomme ſera le produit total.

Lorſque le nombre des toiſes du multiplicateur eſt repréſenté par pluſieurs chiffres; on multiplie les toiſes du multiplicande par tous les chiffres du nombre des toiſes du multiplicateur. Enſuite on prend, pour les produits des autres parties du multiplicande, des parties du multiplicateur proportionnelles à ce que ſont ces parties, par rapport à la toiſe. Par exemple, on propoſe de multiplier

	$72^{T.}$	$3^{P.}$	$6^{P.}$
par	52	2	
	$144^{TT.}$		
	360		
	26		
	4	$2^{TP.}$	
	24	1	$2^{TP.}$
	$3798^{TT.}$	$3^{TP.}$	$2^{TP.}$

On multipliera 72 par 52, & l'on écrira les deux produits particuliers

ſous la barre. Pour multiplier 3 pieds par $52^{T.}$ on conſidérera que ſi l'on avoit à multiplier 1 toiſe par 52 toiſes, le produit ſeroit $52^{TT.}$ Mais comme trois pieds ne ſont que la moitié d'une toiſe, il ne faut prendre que la moitié de ce produit, c'eſt-à-dire $26^{TT.}$, que l'on écrira au produit. Cela fait, on multipliera 6 pouces par $52^{T.}$ 6 pouces ſont la ſixieme partie de 3 pieds : on prendra donc la ſixieme partie du dernier produit 26^{TT}, ou $4^{TT.}$, $2^{TP.}$, que l'on écrira au produit.

Il reſte encore à multiplier tout le multiplicande par $2^{P.}$ ou par le tiers d'une toiſe, on prendra le tiers du multiplicande, & l'on écrira au produit $24^{TT.}$ $1^{TP.}$ $2^{Tp.}$ On tirera une barre au-deſſous de tous ces produits, & on en fera l'addition.

N° 30. Une toiſe quarrée multipliée par une toiſe, produit une toiſe cube : multipliée par un pied, elle produit

un parallélépipede qui a pour base une toise quarrée & un pied de hauteur. Donc si l'on multiplie des toises quarrées par des toises, on aura au produit des toises cubes. Si on multiplie des toises quarrées par des pieds, des pouces, des lignes, on aura au produit des TTP., des TTp., des TTl.

On propose de multiplier

	$245^{TT.}$	$4^{TP.}$	$6^{Tp.}$
par	$23^{T.}$	$2^{P.}$	$8^{P.}$
	$735^{TTT.}$		
	490		
	7	$4^{TTP.}$	
	7	4	
	1	5	$6^{TTp.}$
	81	5	6
	27	1	10
	$5761^{TTT.}$	$2^{TTP.}$	$10^{TTp.}$

On multipliera les toises du multiplicande par celles du multiplicateur; & l'on écrira les produits au-dessous de la barre. Pour multiplier $4^{TP.}$ par $23^{T.}$ on considérera que si l'on avoit à

multiplier une toise-toise par $23^{T.}$, le produit feroit $23^{TTT.}$; mais comme $4^{TP.}$ ne font que les deux tiers d'une toise-toise, il ne faudra prendre que les deux tiers de ce produit. On en prendra le tiers, & on l'écrira deux fois. Après cela, on multipliera $6^{Tp.}$ par $23^{T.}$ Comme $6^{Tp.}$ ne font que le quart de $2^{TP.}$, on prendra le quart du dernier produit que l'on a écrit, en disant ; Le quart de 7 est 1, qu'on écrira au-dessous du 7, il restera $3^{TTT.}$ qui valent $18^{TTP.}$ qui jointes aux quatres autres feront 22, dont le quart est 5, que l'on écrira au-dessous. Il restera $2^{TTP.}$ qui valent $24^{TTp.}$ dont le quart est 6.

Ayant ainsi multiplié tout le multiplicande par les toises du multiplicateur, on le multipliera par la partie des pieds du multiplicateur. Deux pieds font le tiers d'un toise. On prendra le tiers du multiplicande. Le tiers de 24 est 8, le tiers de 5 est 1. Il reste $2^{TT.}$ qui font $12^{TP.}$; & $4^{TP.}$ font $16^{TP.}$ dont

le tiers eſt 5. Il reſte une toiſe-pied qui vaut $12^{TP.}$ qui jointes aux 6 du multiplicande, font $18^{TP.}$, dont le tiers eſt 6.

Comme huit pouces ne font que le tiers de deux pieds, on prendra le tiers du dernier produit. Le tiers de 8 eſt 2, il reſte deux dixaines qui jointes au chiffre ſuivant 1, font 21, dont le tiers eſt 7. Le tiers de 5 eſt 1 ; il reſte $2^{TTP.}$ qui font $24^{TTP.}$; & 6 qui ſuivent, font $30^{TTP.}$ dont le tiers eſt 10 : toutes les parties du multiplicande ayant été ainſi multipliées par toutes les parties du multiplicateur, on tire une barre au-deſſous de tous les produits, & l'on en fait l'addition. Leur ſomme eſt le produit total.

Lorſqu'on aura à multiplier l'un par l'autre trois nombres complexes, on en multipliera deux l'un par l'autre ; ce qui donnera des toiſes quarrées, que l'on multipliera enſuite par le troiſieme nombre ; ce qui donnera des toiſes cubes.

De la Division des Nombres complexes.

N°. 31. La division des nombres complexes se fait de la même maniere que celle des nombres incomplexes.

On propose de diviser

```
1842 l. 18 f. 6 d. ⎧par 8.
16                 ⎨——————————
——                 ⎩230 l. 7 f. 3 d. 6/8.
 24
```

On commencera par la partie des livres. La huitieme partie de 18 est 2, que l'on écrira au quotient. Huit fois 2, font 16 que l'on retranchera de 18, il restera 2, à côté duquel on abbaissera le 4. La huitieme partie de 24 est 3, que l'on écrira au quotient. Comme 2 ne sçauroient être divisés par 8, on mettra o au quotient. 2 livres font 40 sols, & 18 sols font 58 sols, dont la huitieme partie est 7 sols, que l'on écrira au quotient. Huit fois 7 font 56, qui, ôtés de 58, il reste 2 sols qui font 24 deniers, & 6 deniers qui font au divi-

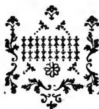
dende font 30 deniers, dont la huitieme partie eſt 3 deniers $\frac{6}{8}$, que l'on écrira au quotient.

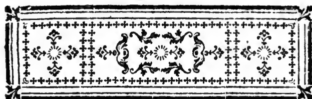
Lorſque le diviſeur eſt un nombre complexe, il faut multiplier le dividende & le diviſeur par des nombres convenables, pour que le diviſeur devienne incomplexe. Par exemple, on propoſe de diviſer 145 livres 10 ſols 3 deniers, par 42 livres 10 ſols. On multipliera chacun de ces deux nombres par 2, & l'on aura pour nouveau dividende 291 livres 0 ſols 6 deniers, & pour nouveau diviſeur 85 livres qui eſt un nombre incomplexe. Ces deux nombres diviſés l'un par l'autre, donneront le même quotient que les deux premiers; car un dividende double ou triple doit contenir autant de fois un diviſeur double ou triple, qu'un dividende ſimple contient un diviſeur ſimple.

Si le diviſeur contenoit des deniers, on multiplieroit les deux nom-

bres par un multiplicateur qui feroit diſparoître les deniers du diviſeur. Si après cette multiplication le diviſeur contenoit encore des ſols, on multiplieroit le nouveau dividende & le nouveau diviſeur par un nombre propre à faire évanouir les ſols du diviſeur.

Enfin ſi le diviſeur eſt un nombre abſtrait, par exemple $45\frac{1}{3}$ on multipliera le dividende & le diviſeur par le dénominateur 3 de la fraction $\frac{1}{3}$ pour faire diſparoître cette fraction.





ÉLÉMENS DE L'ART MILITAIRE ANCIEN ET MODERNE.

LIVRE SECOND.

De la Géométrie.

N°. 32.  A GÉOMÉTRIE eſt la ſcience de l'étendue.

On conſidére trois eſpeces d'étendues, dans la Géometrie : la *ligne*, la *ſuperficie* & le *ſolide* ou le *corps*.

La *ligne* eſt une étendue en longueur ſeulement.

La *superficie* eſt une étendue en longueur & largeur.

Le *ſolide* eſt une étendue en longueur, largeur & profondeur.

Le point mathématique n'a aucune dimenſion; mais on le conſidere comme le principe générateur de l'étendue engendrée dans le mouvement.

Un *point* qui ſe meut, parcourt une étendue en longueur ſans largeur ni profondeur, & qui eſt par conſéquent une *ligne*.

Une *ligne*, qui ſe meut de maniere que toutes ſes parties aillent de front, engendre une *ſuperficie*; car elle parcourt une étendue en longueur & largeur ſans profondeur.

Une *ſuperficie*, qui ſe meut de maniere que toutes ſes parties aillent de front, engendre un *corps*, en parcourant une étendue en longueur, largeur & profondeur.





CHAPITRE PREMIER.

Des Lignes.

N° 33. ON diſtingue deux eſpeces de lignes. La *ligne droite* & la *ligne courbe*. La *ligne droite* eſt celle dont tous les points ſont dans la même direction. Elle eſt le chemin le plus court, ou la diſtance entre les deux points qui la terminent. On nomme en général, *ligne courbe*, toute ligne dont tous les points ne ſont pas dans la même direction ; mais il n'y a de *courbes* proprement dites, que celles dont aucune partie n'eſt droite.

Deux points ſuffiſent pour déterminer la direction d'une ligne droite ; car toute autre ligne qui paſſeroit par ces deux points, ſe confondroit avec la premiere, ou elle ne ſeroit pas droite.

Donc deux droites qui ſe coupent, ne ſe rencontrent qu'en un point,

puisqu'elles ne sçauroient avoir deux points communs, sans se confondre.

Les lignes, que l'on trace sur le papier, ont nécessairement de la longueur; & les points, que l'on y marque, ont de l'étendue; mais lorsqu'on tire une ligne d'un point à un autre, on fait ensorte, autant que l'on peut, que le milieu de chaque point soit au milieu de la largeur de la ligne.

Du Cercle.

N° 34. On nomme *plan* ou *surface* plane, une surface dont toutes les parties sont également élevées; ensorte qu'on peut y appliquer une ligne droite, exactement en tous sens: telle est sensiblement la surface d'une glace bien dressée.

On supposera toujours que toutes les parties de chaque figure sont dans un même plan, à moins que l'on n'avertisse du contraire.

Le *cercle*, (*Fig.* 1re,) est un plan

terminé de toutes parts, par une ligne courbe, que l'on nomme *circonférence*, dont tous les points ſont également éloignés d'un point C, que l'on nomme *centre*.

Toute droite tirée du centre à la circonférence, ſe nomme *rayon*. Tous les *rayons* du même cercle ou de cercles égaux, ſont égaux, puiſque tous les points de la circonférence ſont également éloignés du centre.

Toute droite comme AD, terminée de part & d'autre à la circonférence, ſe nomme *corde*. Lorſqu'elle paſſe par le centre comme BD, on la nomme *diametre*. Tous les *diametres* d'un même cercle ſont égaux, étant compoſés chacun de deux rayons.

Une droite comme EF, qui touche le cercle ſans le couper, quoique prolongée, ſe nomme *tangente*.

Une portion quelconque de la circonférence, ſe nomme *arc*.

On divise la circonférence en 360 parties égales, nommées *degrés*. Un *degré* se divise en 60 parties égales, qu'on nomme *minute*. Une *minute* se divise en 60 *secondes*, une *seconde* en 60 *tierces*, &c.

Des Angles.

N° 35. On appelle *angle* l'ouverture que forment deux lignes droites qui se rencontrent, (*Fig.* 2,) en un point A, que l'on nomme *pointe* ou *sommet* de l'*angle*. Les lignes AB & AC sont nommées *côtés* de l'*angle*. Lorsqu'un angle est seul, comme l'angle A, (*Fig.* 2,) on peut le désigner par une seule lettre; mais lorsque son sommet est commun à d'autres angles, on le désigne par trois lettres, dont celle qui marque le sommet, a la seconde place dans la nomination. Ainsi l'on dira, par exemple, l'*angle* BAC, (*Fig.* 3.)

La grandeur d'un angle ne dépend

point de la longueur de ses côtés, mais de leur ouverture, (*Fig.* 1ere,) Si le rayon CD demeurant immobile, l'angle ACD se ferme comme un compas, le point A décrira l'arc AD, qui sera la mesure de l'angle ACD.

Si le rayon CD, étant fixe, l'angle ACD se ferme, la corde AD deviendra plus courte, à mesure qu'elle s'éloignera du centre C. Si le même angle ACD s'ouvre, la corde AD augmentera, en s'approchant du centre C, jusqu'à ce qu'elle se confonde avec le rayon AC, & le diametre BD; d'où il suit que de toutes les cordes d'un même cercle, le diametre est la plus longue, & que celle qui est la plus éloignée du centre, est la plus courte.

Pour faire sur une ligne donnée DE, (*Fig.* 4,) un angle égal à l'angle BAC, on décrira, du point A comme centre, un arc BC; & de la même ouverture de compas, on décrira du point

D l'arc EF, que l'on fera égal à BC; & l'on tirera la ligne DF, qui fera avec DE un angle égal à BAC.

N° 36. Lorfqu'une droite AB (*Fig.* 5,) ne penche d'aucun côté fur une autre droite CD, on la nomme *perpendiculaire* à la droite CD. Les deux angles, qu'elle forme avec CD, font égaux, & on les nomme *angles droits.* Un angle droit a pour mefure le quart de la circonférence ou 90 degrés.

Lorfque la droite AB, (*Fig.* 6,) eft inclinée fur la droite CD, on la nomme *oblique.* Les angles, qu'elle forme, ont enfemble pour mefure la moitié de la circonférence. Le plus petit de ces angles eft moindre, & l'autre plus grand qu'un angle droit. Le premier eft nommé *angle aigu*, & le fecond *angle obtus.*

Chacun de ces angles eft nommé *fupplément* de l'autre. Les arcs AC & AD font appellés auffi *fupplémens* l'un de

l'autre. ABD eſt le *ſupplément* de l'angle ABC, & l'arc AD eſt le *ſupplément* de l'arc AC; & réciproquement l'angle ABC eſt le *ſupplément* de l'angle ABD; & l'arc AC eſt le *ſupplément* de l'arc AD.

On nomme *complément* d'un angle ou d'un arc, ce qu'il faut lui ajoûter pour qu'il ait 90 degrés, (*Fig.* 5,) l'angle EBD eſt le *complément* de l'angle ABE, & l'arc ED eſt le *complément* de l'arc AE.

Deux angles ou deux arcs ſont égaux, lorſqu'ils ont des ſupplémens égaux, ou qu'ils ſont les ſupplémens d'angles ou d'arcs égaux.

Deux angles ou deux arcs ſont égaux, lorſqu'ils ont des complémens égaux, ou qu'ils ſont les complémens d'angles ou d'arcs égaux.

Les angles BAC & DAE, (*Fig.* 7,) formés par deux droites qui ſe croiſent, ſont nommés *angles oppoſés par le ſommet.*

THÉORÊME.

N° 37. Deux angles oppofés par le fommet, font égaux, (*Fig.* 7.)

DÉMONSTRATION.

CD étant une ligne droite, l'angle BAC eft le fupplément de BAD. Pareillement DAE eft le fupplément de BAD : donc (N° 36,) BAC = DAE. C. Q. F. D.

On peut prouver, de la même maniere, que BAD = CAE.

Des perpendiculaires & des obliques.

N° 38. Lorfqu'une droite AD, (*Fig.* 8,) eft perpendiculaire fur le milieu d'une droite FG, tout point comme A, pris dans la perpendiculaire ou dans fon prolongement, eft également éloigné des points F & G; car les angles ADF & ADG étant égaux, fi l'on plie la figure de maniere que AD foit dans le pli, le point F tombera fur le point G, & AF fur AG ; d'où on conclura que deux obliques

obliques tirées d'un même point de la perpendiculaire, ſont égales, lorſqu'elles s'éloignent également de la perpendiculaire.

Si la droite AD s'incline vers F, l'angle ADG deviendra obtus, tandis que l'angle ADF deviendra aigu : de plus tous les points de la droite AD, excepté le point D, s'éloigneront du point G, & s'approcheront du point F ; & AD ne ſera plus perpendiculaire ſur FG. D'où il ſuit que toute autre ligne, comme DH, tirée par le point D, ne ſçauroit être perpendiculaire ſur FG.

Le point A étant fixe, ſi la perpendiculaire s'approche du point G, tous les points de cette ligne, excepté le point A, s'éloigneront du point F en s'approchant du point G : la droite AD n'ayant plus que le point A qui ſoit également éloigné de F & de G, penchera vers F, & ne ſera plus perpendiculaire ſur FG.

On ne ſçauroit donc mener qu'une

ſeule perpendiculaire AD, du point A à la droite FG : & deux perpendiculaires AB & CD, (*Fig.* 9,) à une même ligne, ne pourront jamais ſe rencontrer, ſi loin qu'on les prolonge.

THÉORÊME.

N° 39. De toutes les droites tirées d'un même point A, (*Fig.* 10,) ſur une droite DE, la perpendiculaire eſt la plus courte; & l'oblique la plus éloignée de la perpendiculaire, eſt la plus longue.

DÉMONSTRATION.

Soit prolongée la perpendiculaire, d'une quantité BC = AB. Si l'on tire l'oblique DC, elle ſera égale à DA, parce que DB eſt perpendiculaire ſur le milieu de AC. Par la même raiſon, FC = FA. Premiérement, AF + FC eſt plus longue que AC. Donc la moitié AF de AF + FC eſt plus longue que AB qui eſt la moitié de AC. Seconde-

ment, le point F de la ligne AF + FC ne sçauroit s'éloigner de la perpendiculaire, pour s'approcher du point D, que les moitiés FA & FC de cette ligne, ne s'allongent : donc elles sont plus courtes que DA & DC. *C. Q. F. D.*

La perpendiculaire étant la plus courte de toutes les lignes que l'on peut tirer d'un point à une ligne, est donc la distance de ce point à cette ligne.

N° 40. Un rayon CG, (*Fig.* 1ere,) tiré au point où la tangente EF touche le cercle, est perpendiculaire sur cette tangente : autrement la tangente entreroit dans le cercle ; car si du centre C on abbaissoit une perpendiculaire sur EF, cette perpendiculaire seroit plus courte que le rayon CG ; & par conséquent, le point où la perpendiculaire toucheroit EF, seroit dans le cercle. Comme on ne sçauroit élever qu'une perpendiculaire à l'extrémité d'une ligne, on ne sçauroit non plus,

mener qu'une ſeule tangente EF par l'extrémité G d'un rayon CG.

PROBLÊME.

N° 41. Elever une perpendiculaire au milieu d'une droite FG, (*Fig.* 11.)

SOLUTION.

Des points F & G comme centres, & d'une même ouverture de compas, on décrira deux arcs, qui ſe couperont en A & en B, & l'on tirera la droite AB, qui ſera évidemment perpendiculaire ſur le milieu de FG. Si l'on n'avoit pas aſſez de place au-deſſus ou au-deſſous de FG, on feroit une autre interſection en D ou en H.

On peut ſe ſervir du même moyen pour partager un angle en deux parties égales, (*Fig.* 12.) Du point B comme centre, on décrira un arc FG; & des points F & G comme centres, & d'une même ouverture de compas, on décrira deux arcs qui ſe coupe-

ront en un point A ; & l'on tirera la droite BA qui partagera en deux parties égales, 1° la droite FG, 2° l'arc FCG, car le point C étant également éloigné des points F & G, les arcs CF & CG ſont égaux ; 3° l'angle FBG, car les angles CBF & CBG ayant pour meſures des arcs égaux, ſont égaux.

PROBLÊME.

N° 42. Par un point A, (*Fig.* 13 & 14,) mener une perpendiculaire à une droite FG.

SOLUTION.

Du point A comme centre, on décrira un arc qui coupera la droite FG aux points I & L ; deſquels pris pour centres, on décrira d'une même ouverture de compas deux arcs qui ſe couperont en un point B ; & l'on tirera la droite AB, qui ſera perpendiculaire ſur FG, ayant deux points A & B, dont chacun eſt également

éloigné des points I & L. Si la perpendiculaire, (*Fig.* 15,) doit paffer vers le bout de la droite FG, d'un point quelconque H de la droite FG, & d'un intervalle HA, on écrira un arc ADB; & ayant fait DB = DA, on tirera la droite AB, au milieu de laquelle FG fera perpendiculaire; car les points D & H feront chacun également éloignés des points A & B.

PROBLÊME.

N° 43. Décrire une circonférence, (*Fig.* 16,) qui paffe par trois points donnés ABC, qui ne foient pas en ligne droite.

SOLUTION.

On coupera les droites AB & BC, chacune en deux parties égales, par les perpendiculaires MO & NP, (N° 41,) qui fe couperont en un point G, qui fera le centre du cercle cherché. Car le point G appartenant à la perpendiculaire MO, fera égale-

ment éloigné des points A & B. Le même point G appartenant à la perpendiculaire NP, sera également éloigné de B & de C: donc les trois points ABC seront également éloignés de G.

REMARQUE.

N° 44. Toute autre circonférence ne sçauroit passer par les points ABC; car pour passer par les points A & B, il faut qu'elle ait son centre dans la perpendiculaire MO. Et pour passer par les points B & C, elle doit avoir son centre dans la perpendiculaire NP, & ces deux lignes n'ont que le point G de commun. D'ailleurs il est évident que deux circonférences ne sçauroient que se toucher en un point, ou se couper en deux points, ou se confondre l'une dans l'autre. On remarquera aussi que si l'angle ABC s'ouvre, le point G s'éloignera, & que si les trois points ABC étoient en ligne droite, les perpendiculaires MO & NP ne pour-

roient pas ſe rencontrer, ſi loin qu'on les prolongeât, (N° 38.)

Des lignes droites paralleles.

N° 45. Deux droites AB & CD, (*Fig.* 17,) ſont *paralleles*, lorſqu'elles ſont également éloignées l'une de l'autre, dans toute leur étendue, & qu'elles ne peuvent point ſe rencontrer, quelque loin qu'on les prolonge de part & d'autre.

COROLLAIRE I.

Donc deux perpendiculaires tirées de deux points de l'une des *paralleles*, ſur l'autre, ſont égales : autrement les deux *paralleles* ne feroienr pas partout également éloignées l'une de l'autre.

COROLLAIRE II.

Donc ſi l'on coupe deux *paralleles*, (*Fig.* 17 & 18,) par une droite FG que l'on nomme *ſécante*, les angles FHB & HID, qu'elles formeront avec

la *sécante*, seront égaux : autrement les droites AB & CD s'écarteroient ou s'approcheroient l'une de l'autre, & ne seroient point *paralleles*. Et si la *sécante* est perpendiculaire à l'une des *paralleles*, elle sera aussi perpendiculaire à l'autre.

COROLLAIRE III.

Donc, lorsque deux *paralleles* sont coupées par une droite FG. 1° Les angles AHI & HID, que l'on appelle *alternes internes*, sont égaux ; car les droites AB & CD étant paralleles, l'angle AHI = l'angle CIG = HID ; & réciproquement, lorsque AHI = HID les droites AB & CD sont paralleles. Car HID = CIG, donc CIG = AHI. 2° Les angles FHB & CIG, qu'on nomme *alternes externes*, sont égaux ; car FHB = AHI = CIG, donc FHB = CIG ; & réciproquement lorsque FHB = CIG, les droites AB &

CD font *paralleles ;* car FHB = AHI = CIG : donc AB & CD font *paralleles.*

PROBLÊME.

N° 46. Mener une parallele à une ligne droite.

SOLUTION.

Premiérement, si la parallele doit passer par un point donné tel que C, (*Fig.* 19,) d'un point B comme centre, on décrira avec le rayon BC, l'arc CA. Puis du point C comme centre, & avec la même ouverture de compas, on décrira un autre arc BD = AC ; & l'on tirera la droite CD, qui fera parallele à AB ; les angles ABC & BCD étant égaux.

Secondement, si l'on veut que la parallele, (*Fig.* 20,) soit éloignée de AB d'une quantité égale à une ligne donnée FG, on élevera aux points A & B deux perpendiculaires que l'on fera égales,

chacune à FG. Ou bien des points A & B comme centres, on décrira deux arcs avec un rayon égal à FG, & l'on tirera la droite CD qui fera parallele à AB, & en fera éloignée de la quantité propofée.

THÉORÊME.

N° 47. Deux arcs compris entre une tangente & une corde parallele, ou entre deux cordes paralleles, font égaux, (*Fig.* 21.)

DÉMONSTRATION.

Soit tiré le diametre GD perpendiculaire à la tangente AB. Les cordes EF & IH étant paralleles à AB, feront auffi perpendiculaires au diametre GD qui coupera en deux parties égales chacune de ces cordes, ainfi que fon arc. Si des arcs égaux DI & DH, on retranche les arcs égaux DE & DF, les reftes EI & FH feront encore égaux. C. Q. F. D.

Et réciproquement, lorsque les arcs compris entre une tangente & une corde, ou entre deux cordes, sont égaux, la tangente & la corde, ou les deux cordes, sont paralleles. Les arcs DE & DF étant égaux, le diametre DG perpendiculaire à la tangente AB, est aussi perpendiculaire à la corde EF. Si aux arcs égaux DE & DF on ajoûte les arcs égaux EI & FH, les arcs DI & DH seront encore égaux, & le diametre DG sera aussi perpendiculaire à la corde IH; & ces trois lignes seront paralleles.

Ce théorême fournit un moyen de mener une parallele à une droite, par un point donné C, (*Fig.* 22.) D'un point quelconque F comme centre, on décrira, avec un rayon FC, une circonférence qui coupera la droite donnée en A & en B. Puis ayant fait BD = AC, on tirera la droite CD, qui sera parallele à AB.

Des Angles qui ont leurs sommets à la circonférence du cercle.

THÉORÊME.

N° 48. Un angle BAC, formé par deux cordes ou par une corde & une tangente, (*Fig.* 23, 24, 25, 26, 27, & 28,) a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés.

DÉMONSTRATION.

Premiérement, si un côté de l'angle BAC, (*Fig.* 23 & 24,) passe par le centre du cercle, & que l'on tire le diametre DE parallele à BA, les angles BAC & EOC seront égaux. Les angles EOC & AOD sont égaux, étant opposés par le sommet. Donc EC = AD. A cause des paralleles, (*Fig.* 23,) AD = BE; & (*Fig.* 24,) EC = AD = AE. Donc (*Fig.* 23,) EC = BE; & (*Fig.* 24,) EC = AE. Donc l'angle BAC, dans ces deux cas, a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés.

Secondement, ſi le centre du cercle ſe trouve entre les côtés de l'angle, & que l'on tire le diametre AD, (*Fig.* 25 & 26,) les angles BAD & DAC auront pour meſure chacun la moitié de l'arc compris entre ſes côtés : donc BAC qui eſt la ſomme de ces deux angles, aura auſſi pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés.

Troiſiémement, ſi le centre du cercle eſt hors de l'angle BAC, (*Fig.* 27 & 28,) & que l'on tire le diametre AD, l'angle BAD aura pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés. L'angle CAD aura auſſi pour meſure la moitié de l'arc CD. Donc l'angle BAC doit auſſi avoir pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés. Donc, dans tous les cas, un angle BAC formé par deux cordes ou par une corde & une tangente, a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés. C. Q. F. D.





CHAPITRE II.

Des Surfaces planes.

N° 49. On appelle *polygone* un plan renfermé par des lignes droites.

Le *triangle* a trois côtés. Le *quadrilatere* en a quatre ; le *pentagone*, cinq ; l'*exagone*, ſix ; l'*eptagone*, ſept ; l'*octogone*, huit ; l'*ennéagone*, neuf ; le *Décagone*, dix ; l'*undécagone*, onze ; & le *dodécagone*, douze.

Une perpendiculaire AD, (*Fig.* 29 & 30,) abbaiſſée du ſommet A, ſur le côté BC, eſt appellée *hauteur* du triangle BAC, & le côté BC eſt nommé *baſe* du triangle BAC.

Le côté oppoſé à un angle, eſt nommé *baſe* de cet angle. On peut prendre pour *baſe* d'un triangle celui des trois côtés que l'on veut.

On nomme *triangle équilatéral* un

triangle qui a les trois côtés égaux; *triangle isocele*, celui qui a deux côtés égaux; & *triangle scalene*, celui dont les trois côtés sont inégaux.

On appelle *triangle-rectangle* un triangle qui a un angle droit; *triangle obtus-angle*, celui qui a un angle obtus; & *triangle acutangle* ou *oxigone*, celui qui a les trois angles aigus.

THÉORÊME.

N° 50. La somme des trois angles d'un triangle est égale à deux angles droits.

DÉMONSTRATION.

Soit décrite une circonférence qui passe par les sommets des trois angles du triangle BAC, (*Fig.* 31,) chacun de ces angles, étant formé par deux cordes, aura pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés, (N° 48:) donc les trois angles auront ensemble pour mesure la moitié de la circonférence, & par conséquent

leur somme est égale à deux angles droits. C. Q. F. D.

Dans un triangle BAC, les angles égaux sont opposés à des côtés égaux; & réciproquement, les côtés égaux sont opposés à des angles égaux. Le plus grand côté est opposé au plus grand angle, puisqu'il est la corde du plus grand arc; & réciproquement, le plus grand angle est opposé au plus grand côté, parce qu'il a pour mesure la moitié du plus grand arc. D'où il suit qu'un triangle a tous les côtés inégaux, lorsqu'il a tous les angles inégaux, & que réciproquement il a tous les angles inégaux, lorsqu'il a tous les côtés inégaux.

THÉORÊME.

N° 51. Deux triangles BAC & GFH, (*Fig.* 32 & 33,) sont égaux.

Premiérement, lorsqu'ils ont un angle égal entre deux côtés égaux chacun à chacun.

Secondement, lorſque les trois côtés de l'un ſont égaux aux trois côtés de l'autre chacun à chacun.

Troiſiémement, lorſqu'ils ont un côté égal adjacent à deux angles égaux chacun à chacun.

DÉMONSTRATION.

Premiérement, ſi les angles BAC & GFH ſont égaux, & que l'on mette la ligne FG ſur AB, le point F ſur le point A; les deux lignes étant égales, le point G tombera ſur le point B: FH tombera ſur AC; & par conſéquent, GH ſur BC.

Secondement, chaque côté du ſecond triangle, étant égal au côté correſpondant du premier, ces deux triangles ont néceſſairement les angles égaux chacun à chacun; car un angle ne ſçauroit s'ouvrir ou ſe fermer, ſes côtés reſtant les mêmes, que ſa baſe ne devienne plus longue ou plus courte, &, par conſéquent, inégale au côté homologue de l'autre triangle.

Troisiémement, si GH = BC, que l'angle G soit égal à l'angle B, & l'angle H à l'angle C, & que l'on mette GH sur BC, le point G sur le point B, & le point H sur le point C, le côté GF tombera sur BA & HF sur CA; & les deux triangles seront égaux en tout. C. Q. F. D.

Il y a donc trois manieres de faire un triangle égal à un autre.

Premiérement, on peut faire un angle GFH égal à l'angle BAC, dont le côté FG = AB, & le côté FH = AC, & tirer la droite GH.

Secondement, on fera GH = BC; & du point G comme centre, avec une ouverture de compas = BA, on décrira un arc. Du point H comme centre, avec un rayon = CA, on décrira un autre arc qui coupera le premier en F; & l'on tirera les droites FG & FH.

Troisiémement, ayant fait GH = BC

on fera les angles FGH = ABC, & GHF = BCA.

Des Parallélogrammes.

N° 52. Un *quadrilatere* qui a les côtés opposés paralleles, se nomme *parallélogramme.* Lorsqu'il n'a pas les côtés opposés paralleles, on le nomme *trapeze.*

Un *parallélogramme* qui a les quatre angles égaux, & par conséquent, droits, se nomme *rectangle.*

Le *quarré* est un *rectangle* dont les quatre côtés sont égaux.

On nomme *rhombe*, ou *lozange*, un parallélogramme qui a les quatre côtés égaux.

Une droite CB, (*Fig.* 34 & 35,) tirée par les angles opposés d'un parallélogramme, ou d'un rectangle, se nomme *diagonale.*

Une perpendiculaire BE (*Fig.* 34,) tirée du côté AB, sur le côté CD, pro-

longé s'il est nécessaire, se nomme *hauteur* du parallélogramme; & le côté CD est nommé *base* du parallélogramme ou du rectangle.

THEORÊME.

Nº 53. Un parallélogramme a les côtés opposés égaux.

DÉMONSTRATION.

Soit tirée la diagonale BC (*Fig.* 34 & 35,) AB & CD étant paralleles, les angles ABC & DCB sont égaux, (Nº 45;) AC & BD étant paralleles, les angles CBD & BCA sont égaux. Donc les triangles DBC & ACB sont égaux. Puisqu'ils ont un côté commun CB adjacent à deux angles égaux chacun à chacun. Donc AB = CD & AC = BD. *C. Q. F. D.*

Et réciproquement, lorsque les côtés opposés d'un quadrilatere sont égaux, ils sont paralleles. Car les triangles CAB & BDC ont les cô-

tés égaux chacun à chacun, sçavoir CA à BD & AB, à CD. De plus CB est commun aux deux triangles qui sont, par conséquent, égaux en tout. Les angles ABC & DCB étant égaux AB & CD sont paralleles. Les angles ACB & DBC étant égaux, AC & BD sont aussi paralleles. C. Q. F. D.

COROLLAIRE.

Donc deux droites AC & BD comprises entre deux paralleles, sont égales, lorsqu'elles sont également inclinées ; car on peut les regarder comme les côtés opposés d'un parallélogramme. Elles peuvent aussi être considérées comme deux obliques tirées des extrémités de deux perpendiculaires égales, dont elles s'éloignent également.

THÉORÊME.

Nº 54. Un rectangle ABCD (*Fig.* 36 & 37,) & un parallélogramme FBCG

ſont égaux en ſuperficie, lorſqu'ils ont même baſe, & qu'ils ſont compris entre mêmes paralleles.

DÉMONSTRATION.

Les angles ABF & DCG ſont égaux, puiſqu'ils ſont les complémens des angles égaux FBC, & GCH. De plus AB = DC & BF = CG. Donc les triangles ABF & DCG ſont égaux. Si à chacun de ces triangles on ajoûte (*Fig.* 36,) le trapeze FBCD, ou le triangle BCI, (*Fig.* 37,) & que de chacun on retranche le triangle DIF, on aura, (*Fig.* 36 & 37,) le rectangle ABCD, & le parallélogramme FBCG qui feront égaux. C. Q. F. D.

REMARQUE.

N° 55. Si l'on imagine que le rectangle & le parallélogramme ſont compoſés de petits rectangles de même hauteur, & dont les baſes ſont égales & paralleles à BC, on verra qu'il y

a autant de rectangles dans l'un que dans l'autre ; mais le parallélogramme étant oblique, on ne conçoit pas d'abord comment des rectangles peuvent remplir exactement sa surface. Soit divisée la hauteur AB (*Fig.* 38,) du triangle-rectangle BAC, en plusieurs parties égales, par des paralleles à la base BC. Si des extrémités des paralleles on abbaisse des perpendiculaires, la surface du triangle BAC sera partagée en rectangles & en triangles-rectangles. Si l'on divise un de ces rectangles en deux parties égales par une parallele FG, & que de l'extrémité G on abbaisse une perpendiculaire, les deux nouveaux rectangles laisseront deux petits triangles dont la somme sera égale à la moitié du triangle retranché. On diminuera donc de moitié la somme des petits triangles, autant de fois qu'on doublera le nombre des rectangles. Si la hauteur des petits rectangles est infiniment

niment petite, la ſomme des ſurfaces des petits triangles-rectangles ſera infinement petite, quoique la ſomme de leurs côtés reſte toujours la même.

COROLLAIRE.

N° 56. Donc deux triangles BAC & BDC (*Fig.* 39,) ſont égaux, lorſqu'ils ont même baſe, ou des baſes égales, & qu'ils ont même hauteur; car chacun eſt égal à la moitié d'un parallélogramme ou d'un rectangle de même baſe & de même hauteur, ou à un rectangle de même baſe, & qui n'a que la moitié de leur hauteur. On aura donc la ſurface d'un triangle, en multipliant ſa baſe, (N° 10,) par la moitié de ſa hauteur, puiſqu'il eſt égal à un rectangle qui a ces deux dimenſions.

Des Polygones.

N° 57. Un polygone eſt régulier, lorſqu'il peut avoir tous ſes angles

à la circonférence d'un cercle ; & que tous ſes côtés ſont égaux : autrement il eſt irrégulier.

Si du centre d'un polygone régulier on tire des droites à tous ſes angles, (*Fig.* 40,) il ſera partagé en autant de triangles égaux qu'il a de côtés. Comme tous ces triangles ont même hauteur, leur ſomme eſt égale à un triangle qui auroit pour baſe le périmetre ou le contour du polygone, & pour hauteur une perpendiculaire tirée du centre du polygone ſur un de ſes côtés. On aura donc la ſurface d'un polygone régulier, en multipliant ſon périmetre par la moitié de la perpendiculaire tirée du centre de ce polygone ſur un de ſes côtés.

Si l'on regarde le cercle comme un polygone régulier d'une infinité de côtés, on verra que ſa ſurface eſt égale à un triangle qui auroit pour hauteur le rayon, & pour baſe la circonférence.

On appelle *secteur de cercle*, une portion de cercle BOA, renfermée par deux rayons & par l'arc compris entre ces rayons. Un *secteur* est égal à un triangle qui a pour base cet arc, & pour hauteur le rayon.

On nomme *segment* une portion de cercle, renfermée par un arc & sa corde. Si du *secteur* BMAO on retranche le triangle BAO, le reste sera la valeur du *segment* compris entre la corde BA & son arc BMA.

Lorsque le nombre des côtés d'un polygone régulier est pair, chaque diametre, comme AC ou BD tiré d'un angle à l'autre, partage le polygone en deux parties égales, ainsi que le cercle dans lequel il est inscrit.

THÉORÊME.

N° 58. Le côté de l'exagone régulier, (*Fig.* 40,) est égal au rayon du cercle dans lequel il est inscrit.

DÉMONSTRATION.

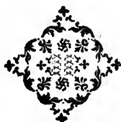
Soient tirés les diametres AC & BD. Les angles BAC, ABD & BOA ont pour mesure chacun la sixieme partie de la circonférence, & sont par conséquent égaux. Donc le triangle BAO est équilatéral. Donc AB = BO. *C. Q. F. D.*

Ce théorême fournit un moyen de diviser la circonférence en six parties égales, en y portant six fois le rayon.

N° 59. Lorsqu'un polygone irrégulier, (*Fig.* 41,) peut être circonscrit à un cercle, c'est-à-dire que tous ses côtés peuvent être des tangentes d'un même cercle, sa surface est égale au produit de son périmetre multiplié par la moitié du rayon du cercle, auquel il est circonscrit. Car si du centre du cercle on tire des droites à tous les angles du polygone, il sera partagé en autant de triangles qu'il a de cô-

tés ; & chacun de ces triangles aura pour hauteur le rayon.

On trouve la surface d'un polygone irrégulier, (*Fig.* 42,) en le partageant en triangles que l'on mesure l'un après l'autre ; en multipliant la base de chaque triangle par la moitié de sa hauteur, & ajoûtant ensemble tous les produits, on a la valeur du polygone.





CHAPITRE III.

Des Lignes proportionnelles, & des Plans qu'elles renferment.

N° 60. LORSQU'EN comparant ensemble deux grandeurs, on confidere de combien l'une furpaffe l'autre, ou en eft furpaffée, leur rapport eft appellé *rapport* ou *raifon arithmétique.*

Si, dans la comparaifon que l'on fait de deux grandeurs, on confidere combien de fois l'une contient l'autre, leur rapport eft appellé *rapport géométrique*, ou *raifon géométrique.* Il ne fera queftion, dans ces Elémens, que des *rapports géométriques* que l'on nommera fimplement *rapports* ou *raifons.*

On écrit les deux grandeurs comparées, l'une fous l'autre, avec une barre entre deux, en forme de divi-

ſion indiquée. Par exemple, le rapport de 6 à 3, s'écrit ainſi $\frac{6}{3}$. 6 eſt appellé *antécédent* ou *premier terme;* & 3 eſt nommé *conſéquent* ou *ſecond terme* de la *raiſon* $\frac{6}{3}$.

Comme le rapport de deux grandeurs eſt le nombre de fois que l'une contient l'autre, on le trouvera en diviſant l'antécédent par le conſéquent. Pour que deux rapports ſoient égaux, il n'eſt pas néceſſaire qu'ils aient le même antécédent & le même conſéquent, il ſuffit que le quotient de la diviſion de l'antécédent de la première raiſon par ſon conſéquent, ſoit le même que celui de la diviſion de l'antécédent de la ſeconde raiſon, diviſé par ſon conſéquent. Par exemple, les raiſons $\frac{6}{3}$ & $\frac{4}{2}$ ſont égales, parce que 6 contient 3 autant de fois que 4 contient 2.

Une *proportion* eſt la comparaiſon de deux rapports égaux. On écrit les deux rapports à côté l'un de l'autre,

avec le ſigne = entre d'eux, en cette maniere $\frac{6}{3} = \frac{4}{2}$. Ou bien on met deux points entre l'antécédent & le conſéquent de chaque raiſon, & quatre points entre les deux raiſons, de la maniere ſuivante, 6 : 3 : : 4 : 2 ; ce qui ſignifie 6 eſt à 3 comme 4 eſt à 2, c'eſt-à-dire que 6 contient 3 autant de fois que 4 contient 2. Lorſqu'on a pluſieurs raiſons égales, on en fait pluſieurs proportions, ou on les écrit de ſuite, de l'une des deux manieres ſuivantes. $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{10}{5} = \frac{8}{4}$; ou 6 : 3 : : 4 : 2 : : 10 : 5 : : 8 : 4.

Le premier & le dernier termes d'une proportion ſont appellés *extrêmes ;* le ſecond & le troiſieme termes ſont nommés *moyens.* Dans la proportion 6 : 3 : : 4 : 2, 6 & 2 ſont les *extrêmes ;* 3 & 4 ſont les *moyens.*

On dit que deux grandeurs ſont *proportionnelles* à deux autres grandeurs, ou *qu'elles ſont entr'elles comme*

deux autres grandeurs, lorſque la premiere eſt à la ſeconde, comme la troiſieme eſt à la quatrieme. Par exemple, A & B ſont *proportionnels* à C & D. Si A : B : : C : D.

On dit que deux grandeurs *ſont entr'elles réciproquement comme deux autres*, lorſque la premiere eſt à la ſeconde, comme la quatrieme eſt à la troiſieme. Ainſi A & B *ſont entr'eux réciproquement comme* C & D, ſi A : B : : D : C.

Deux grandeurs ſont appellées *réciproques* à deux autres, lorſque les deux premieres ſont les extrêmes d'une proportion, dont les deux autres ſont les moyens. A & D ſont *réciproques* à B & C, ſi A : B : : C : D.

Lorſque, dans une proportion, la même grandeur eſt conſéquent de la premiere raiſon, & antécédent de la ſeconde, elle eſt appellée *moyenne proportionnelle*. *Exemple :* dans la

proportion A : B : : B : C ; B eſt moyen proportionnel entre A & C.

AXIOMES.

I. Deux grandeurs ſont égales, lorſqu'elles ont le même rapport à une troiſieme grandeur ou à deux grandeurs égales. Par exemple, il eſt évident que A = B, ſi A : C : : B : C ; ou ſi A : C : : B : D, & que C = D.

II. La ſomme des antécédens de pluſieurs raiſons égales eſt à la ſomme de leurs conſéquens, comme l'antécédent d'une de ces raiſons eſt à ſon conſéquent. Il eſt clair que ſi l'antécédent de chaque raiſon eſt le double ou le triple de ſon conſéquent, la ſomme des antécédents de toutes ces raiſons doit être auſſi le double ou le triple de la ſomme de leurs conſéquens.

Nº 61. Deux rectangles Y & Z,

(*Fig.* 43,) qui ont même hauteur DB, ſont entr'eux comme leurs baſes AB & BC. Il eſt évident que Y eſt contenu dans Z, autant de fois que AB eſt contenu dans BC. De même, deux triangles, (*Fig.* 44,) Y & Z, qui ont même hauteur, ſont entr'eux comme leurs baſes. Si deux rectangles ou deux triangles Y & X ont mêmes baſes, ils ſont entr'eux comme leurs hauteurs.

COROLLAIRE I.

N° 62. Donc deux rectangles X & Z ſont égaux, lorſque la baſe AB du premier eſt à la baſe BC du ſecond, comme la hauteur DB du ſecond eſt à la hauteur BE du premier. Car ſi AB : BC : : DB : BE, on aura auſſi Y : Z : : Y : X ; donc X = Z. C'eſt-à-dire que ſi AB contient BC autant de fois que DB contient BE, il faut auſſi que Y contienne Z autant de fois qu'il contient X, & que par conſéquent X égale Z.

Et réciproquement, ſi $X = Z$; AB : BC : : DB : BE, puiſque $X = Z$, Y : X : : Y : Z. Mais Y : Z : : AB : BC ; & Y : X : : DB : BE ; donc AB : BC. : : DB : BE.

COROLLAIRE II.

N°. 63. Comme on peut repréſenter les quatre termes d'une proportion quelconque par les baſes & les hauteurs de deux rectangles diſpoſés comme X & Z, & le produit des extrêmes par X, & celui des moyens par Z, on en conclura que lorſque quatre grandeurs ſont en proportion, le produit des extrêmes eſt égal à celui des moyens, & que réciproquement, lorſque quatre grandeurs ſont telles que le produit de la premiere multipliée par la quatrieme eſt égal au produit de la ſeconde multipliée par la troiſieme, les quatre grandeurs ſont en proportion. Par exemple, ſi A : B : : C : D, $A \times D = B \times C$; & réciproquement, ſi $A \times D = B \times C$,

on aura la proportion A : B : : C : D.

N° 64. Lorsqu'on a trois termes d'une proportion, on trouve celui qui manque, par une opération que l'on appelle *régle de trois*. Si c'est un extrême qui manque, on multiplie les deux moyens l'un par l'autre, & l'on divise le produit par l'extrême connu; & le quotient de la division est l'extrême que l'on cherche. Si c'est un moyen qui manque, on multiplie les extrêmes l'un par l'autre, & on divise le produit par le moyen connu: le quotient de la division est le moyen cherché. Par exemple, pour trouver le quatrieme terme de la proportion 3 : 4 : : 6 : X, on multipliera 4 par 6, ce qui fera 24, que l'on divisera par 3; le quotient 8 sera le quatrieme terme de la proportion. Pour avoir le troisieme terme de la proportion 3 : 4 : : X : 8, on multipliera 3 par 8; le produit sera 24, que l'on divisera par 4; on trouvera 6 au

quotient ; 6 sera le terme qui manquoit. La raison de cette opération est évidente. Puisque le produit des extrêmes est le même que celui des moyens, il est clair qu'en divisant le produit des extrêmes par un des moyens, on aura au quotient l'autre moyen, & qu'en divisant le produit des moyens par un extrême, le quotient sera l'autre extrême.

N° 65. On peut faire plusieurs changemens dans l'ordre des termes d'une proportion, sans qu'ils cessent d'être en proportion. Par exemple, si on a la proportion A : B : : C : D, on pourra la changer en celles-ci, B : A : : D : C. D : C : : B : A. A : C : : B : D. C : A : : D : B; car dans tous ces changemens, les deux mêmes lettres étant toujours les extrêmes ou les moyens, le produit des extrêmes est toujours égal à celui des moyens ; & par conséquent, les quatre grandeurs sont en proportion, (N° 63.)

THÉORÊME.

N° 66. Lorſqu'un triangle BAC, (*Fig.* 45,) eſt coupé parallélement à un de ſes côtés, par une ſécante MN, les deux autres côtés ſont coupés proportionnellement, & l'on a AM : MB : : AN : NC.

DÉMONSTRATION.

Soient tirées les droites BN & CM. Les triangles MBN & NCM, ou S & T, ayant même baſe MN & même hauteur, ſont égaux. Les triangles R & S ayant même hauteur, AM : MB : : R : S. S = T; donc R : S : : R : T. Les triangles R & T ayant leurs ſommets au point M, R : T : : AN : NC. Donc AM : MB : : AN : NC. *C. Q. F. D.*

Et réciproquement, lorſque les côtés AB & AC ſont coupés proportionnellement par la ſécante MN, c'eſt-à-dire que AM : MB : : AN : NC, la ſécante MN eſt parallele à BC; car

AM : MB : : R : S. De plus R : T : : AN : NC ; donc R : S : : R : T, donc S = T. Mais S & T ont même base MN. Donc ils ont aussi même hauteur, & BC est parallele à MN.

COROLLAIRE.

N° 67. Puisque AM : MB : : AN : NC, on aura aussi, (N° 65,) AM : AN : : MB : NC. Il est évident que si AM est, par exemple, les trois quarts de AN, & MB les trois quarts de NC, il faut que AB soit aussi les trois quarts de AC. Donc AM : AN : : AB : AC. Ou AM : AB : : AN : AC.

Et réciproquement, si AM : AB : : AN : AC, MN est parallele à BC. Car si AM est les trois quarts de AN & AB les trois quarts de AC, il faut que MB soit les trois quarts de NC, & que MN, par conséquent, soit parallele à BC.

N° 68. On trouvera une quatrieme proportionnelle à trois lignes données AB, CD, FG, (*Fig.* 46,) en

faisant un angle LHN, sur les côtés duquel on portera AB de H en I; CD de I en L; & FG de H en M. On tirera la droite IM, à laquelle on menera, par le point L, une parallele LN. MN sera la quatrieme proportionnelle cherchée; car, (N° 66,) HI : IL : : HM : MN. Si on vouloit que CD fût moyenne proportionnelle entre AB & MN, après avoir porté CD de I en L, on la porteroit de H en M; & l'on auroit AB : CD : : CD : MN.

THÉORÊME.

N° 69. Lorsque les trois angles d'un triangle NMO, (*Fig.* 47,) sont égaux à ceux d'un autre triangle BAC, chacun à chacun, les côtés du premier sont proportionnels à ceux du second; & l'on a MN : AB : : MO : AC : : ON : CB.

DÉMONSTRATION.

Les angles N & B étant égaux, NO est parallele à BC; & l'on a, (N° 67,)

MN : AB : : MO : AC. Si le triangle NMO gliſſe le long de AC, lorſque le point O ſera au point C, NO ſe confondra dans BC, & MN ſera parallele à AB ; & l'on aura encore OM : CA : : ON : CB. D'où on conclura que MN : AB : : MO : AC : : ON : CB. *C. Q. F. D.*

Et réciproquement, ſi les trois côtés d'un triangle NMO ſont proportionnels à ceux du triangle BAC, les deux triangles ſont ſemblables. Car ſi l'on porte MN de A en R, & MO de A en S, & que l'on tire la droite RS, le triangle RAS ſera ſemblable au triangle BAC. Car on aura AR : AB : : AS : AC ; & par conſéquent, RS, (N° 67,) eſt parallele à BC ; mais le triangle RAS ſera égal en tout au triangle NMO. Par la conſtruction AR = MN, & AS = MO ; de plus SR : CB : : ON : CB ; donc ON = SR. Donc le triangle NMO eſt ſemblable au triangle BAC.

COROLLAIRE I.

N°70. Deux triangles RAS & BAC ſont ſemblables, lorſqu'ils ont un angle égal compris entre deux côtés proportionnels, parce que l'ouverture de l'angle & la grandeur de ſes côtés déterminent la longueur & la poſition du troiſieme côté.

COROLLAIRE II.

N° 71. Deux triangles ſont auſſi ſemblables, lorſqu'ils ont deux angles égaux chacun à chacun. Car alors ils ont les trois angles égaux chacun à chacun.

PROBLÊME.

N° 72. Diviſer une droite MN, (*Fig.* 48,) en parties proportionnelles aux parties de la droite BC.

SOLUTION.

Ayant tiré MN parallélement à BC, on tirera, par les extrémités de ces deux lignes, les droites AB & AC

qui ſe rencontreront en un point A ; duquel on tirera aux points D & E des droites qui couperont MN, en parties proportionnelles aux parties de BC. A cauſe des triangles ſemblables, MO : BD : : AO : AD : : OP : DE : : AP : AE : : PN : EC.

COROLLAIRE.

La hauteur AG du triangle BAC eſt coupée par la ſécante MN, en parties proportionnelles à celles des côtés AB & AC. Il eſt évident que AM : MB : : AF : FG : : AN : NC.

N° 73. Si l'on vouloit partager une ligne droite en pluſieurs parties égales, par exemple, en 5 ; on tirera, (*Fig.* 49,) une droite indéfinie ſur laquelle on portera cinq fois une même ouverture de compas ; & ſur la partie diviſée BC de cette droite, comme baſe, on fera un triangle équilatéral BAC, ſur les côtés duquel on por-

tera la droite à diviser de A en M & en N, & l'on tirera la droite MN que l'on divisera en cinq parties égales, en tirant des droites du point A à toutes les divisions de la droite BC.

PROBLÊME.

N° 74. Trouver une moyenne proportionnelle entre deux droites AB & BC, (*Fig.* 50.)

SOLUTION.

Sur AC, comme diametre, on décrira une circonférence, & l'on élevera au point B, la perpendiculaire BD qui sera moyenne proportionnelle entre AB & BC.

DÉMONSTRATION.

Soient tirées les cordes DA & DC; l'angle ADC appuyé sur un diametre est droit, (N° 48,) & le triangle ADC est rectangle. Les triangles ABD & DBC sont aussi rectangles, à cause de

la perpendiculaire DB; & ont chacun un angle commun avec le triangle ADC, auquel ils ſont, par conſéquent, ſemblables ; ce qui donne la proportion AB : BD : : DB : BC. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

Le quarré fait ſur BD, eſt égal en ſuperficie à un rectangle qui a pour côtés les droites AB & BC. Car puiſque AB : BD : : DB : BC, AB X BC = BD X DB.

COROLLAIRE II.

Donc un rectangle eſt d'autant plus grand en ſurface, à proportion de ſon contour ou périmetre, que ſes côtés ſont moins inégaux. Car le quarré de BD a pour périmetre le double de DF; & le rectangle, qui a pour baſe & pour hauteur AB & BC, a un contour égal au double du diametre AC plus grand que la corde DF, qui eſt d'autant plus grande qu'elle eſt moins éloignée du centre O.

Des Rapports des Lignes & des Superficies des Triangles & des Polygones semblables.

N° 75. Deux polygones ſont ſemblables, lorſqu'ils ont les angles égaux, chacun à chacun, & les côtés homologues porportionnels. Deux polygones réguliers du même nombre de côtés ſont ſemblables.

Lorſqu'un polygone a plus de trois côtés, ils peuvent changer, ſans qu'il arrive de changement à ſes angles, ou reſter les mêmes, tandis que les angles changent. Ainſi, pour être aſſuré que deux polygones ſont ſemblables, il ne ſuffit pas de ſçavoir qu'ils ont les angles égaux chacun à chacun, ou les côtés proportionnels ; mais il eſt néceſſaire que l'on ſçache qu'ils ont ces deux conditions.

THÉORÊME.

N° 76. Deux rectangles ſemblables AC & MO, (*Fig.* 51 & 52,) ſont pro-

portionnels aux quarrés de leurs bases BC & NO, & l'on a AC : MO :: BG : NS.

DÉMONSTRATION.

Les rectangles étant semblables, AB : BC = BF :: MN : NO = NR; ou AB : BF :: MN : NR. Mais, (N° 61,) AC : BG :: AB : BF & MO : NS :: MN : NR. Donc AC : BG :: MO : NS; & AC : MO :: BG : NS. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

Comme on peut démontrer de même que les rectangles AC & MO sont proportionnels aux quarrés de leurs hauteurs AB & MN, il s'ensuit que les quarrés des hauteurs sont proportionnels à ceux des bases.

COROLLAIRE II.

N° 77. Donc, lorsque quatre lignes sont en proportion, leurs quarrés sont aussi en proportion; car on peut regarder

garder ces quatre lignes comme les bafes & les hauteurs de deux rectangles femblables.

COROLLAIRE III.

N° 78. Un triangle étant égal à un rectangle de même bafe, & qui a la moitié de fa hauteur ; il fuit du théorême & des corollaires, que deux triangles femblables font proportionnels aux quarrés de leurs bafes, ainfi qu'à ceux de leurs hauteurs ; & que fi les bafes ou les hauteurs de quatre triangles femblables, font en proportion, ces triangles font auffi en proportion, de même que les quarrés de leurs bafes, & ceux de leurs hauteurs.

SCHOLIE.

Remarquez que fi l'on prolonge proportionnellement deux côtés d'un triangle, le troifieme augmente proportionnellement, ainfi que la hauteur du triangle. Si cette hauteur de-

vient double ou triple, la base devient aussi double ou triple. Donc le produit de la base multipliée par la moitié de la hauteur, devient deux fois deux fois, ou trois fois trois fois plus grand; c'est-à-dire que la surface du triangle doit augmenter comme le quarré de sa hauteur ou de sa base.

DÉFINITION.

Le côté opposé à l'angle droit d'un triangle-rectangle, est appellé *hypoténuse*.

THÉORÊME.

N° 79. Le quarré Z, (*Fig.* 53,) de l'hypoténuse BC du triangle-rectangle BAC, est égal à la somme X + Y des quarrés des côtés AB & AC.

DÉMONSTRATION.

Soit abbaissée la perpendiculaire AD. Les triangles BDA, ADC & & BAC, (N° 74,) sont semblables. Donc, (N° 78,) BDA : X : :

ADC : Y : : BAC : Z. Donc BDA + ADC = BAC : X + Y : : BAC : Z. Donc X + Y = Z. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE.

N° 80. L'hypoténuse BC est divisée par la perpendiculaire AD, proportionnellement aux quarrés X & Y, ainsi que le quarré Z. Car X : Y : : BDA : ADC : : BD : DC : : BF : DG. On a aussi X : Z : : BD : BC : : BF : BG.

THÉORÊME.

N° 81. Lorsque deux polygones réguliers sont semblables, (*Fig.* 54,) deux de leurs côtés homologues sont proportionnels à leurs contours ou périmetres, aux hauteurs des triangles dans lesquels ils sont partagés, aux rayons & aux diametres des cercles dans lesquels ils sont inscrits; & leurs surfaces sont proportionnelles aux quarrés des mêmes lignes.

DÉMONSTRATION.

Premiérement, on peut regarder tous les côtés du petit polygone comme les antécédens, & ceux du grand comme les conséquens d'autant de raisons égales; & comme la somme des antécédens de plusieurs raisons égales est à la somme de leurs conséquens comme l'antécédent d'une de ces raisons est à son conséquent, on en conclura que AB est à GH comme le contour du petit polygone est à celui du grand.

Secondement, à cause des triangles semblables, AB : GH : : OX : OY : : OB : OH : : BE : HL.

Troisiémement, les triangles dans lesquels le petit polygone est partagé, étant égaux, ainsi que ceux du grand polygone; si l'on regarde les petits triangles comme les antécédens, & les grands comme les conséquens d'autant des raisons égales que l'un de

ces polygones a de côtés, on verra que le petit polygone eſt au grand comme AOB eſt à GOH. Mais ces deux triangles ſemblables ſont proportionnels aux quarrés de leurs baſes AB & GH, de leurs hauteurs OX & OY, de leurs côtés OB & OH, & des diametres BE & LH, & des périmetres des deux polygones, dont les ſurfaces ſont auſſi proportionnelles aux quarrés des mêmes lignes. C. Q. F. D.

COROLLAIRE I.

Les cercles pouvant être regardés comme des polygones réguliers d'une infinité de côtés, inſcrits à de véritables cercles, leurs rayons, & par conſéquent leurs diametres, ſont proportionnels à leurs circonférences; & leurs ſurfaces ſont proportionnelles aux quarrés des mêmes lignes.

COROLLAIRE II.

N° 82. Si l'on partage un polygone

irrégulier, en triangles, (*Fig.* 55,) en tirant d'un point O des lignes à tous les angles, & que l'on coupe toutes ces lignes proportionnellement par des paralleles aux côtés du polygone le polygone formé par les ſécantes, ſera ſemblable au premier; & les triangles dont il ſera compoſé, ſeront ſemblables chacun au triangle homologue du grand polygone. De plus les hauteurs des grands triangles étant coupées proportionnellement par les baſes des petits, il eſt évident que la ſomme des petits triangles eſt à la ſomme des grands comme le triangle AOB eſt à FOG, & que les deux polygones ſont proportionnels aux quarrés de deux de leurs côtés homologues, &, par conſéquent, aux quarrés de leurs périmetres.

Si une ſurface, (*Fig.* 56,) ne pouvoit pas être partagée en triangles, par des lignes tirées d'un même point à tous ſes angles, on la partageroit

en autant de polygones qu'il conviendroit, pour que chaque polygone pût être partagé en triangles; & l'on trouveroit que la ſomme des triangles d'un des petits polygones eſt à la ſomme des triangles du polygone homologue, comme un triangle du petit polygone eſt au triangle homologue du grand, & qu'enfin la ſomme des petits polygones eſt à celle des grands comme un des petits polygones eſt au polygone homologue. D'où on conclura que lorſque deux ſurfaces ſont ſemblables, elles ſont proportionnelles aux quarrés de leurs contours, ou de deux de leurs côtés homologues.

N° 83. Le côté de l'exagone régulier, (N° 58,) étant égal au rayon du cercle dans lequel il eſt inſcrit, ſon périmetre eſt égal à ſix rayons ou à trois diametres. Si on diviſe le diametre en ſept parties égales, le périmetre de l'exagone ſera égal à vingt-une de ces parties. Archimedes a trouvé

que la circonférence du cercle circonſcrit à l'exagone, qui eſt plus grande que le périmetre de l'exagone, étoit un peu moindre que vingt-deux de ces parties.

Le quarré circonſcrit au cercle, (*Fig.* 57,) eſt égal à un triangle, dont la baſe eſt égale à quatre diametres, & qui a pour hauteur le rayon. Le cercle eſt égal à un triangle de même hauteur, & qui a pour baſe la circonférence. Ces deux triangles de même hauteur ſont proportionnels à leurs baſes. En ſuivant le rapport de 22 à 7, le périmetre du quarré eſt à la circonférence, comme $7 \times 4 = 28$, eſt à 22, ou comme 14 eſt à 11.

On remarquera que tous les polygones circonſcrits à des cercles égaux, ont leurs ſurfaces proportionnelles à leurs périmetres, parce que chacun de ces polygones eſt égal à un triangle qui a pour baſe ſon périmetre, & pour hauteur le rayon.

N° 84. Plus un polygone régulier circonfcrit a de côtés, plus fon périmetre eft petit, parce qu'il s'approche davantage de la circonférence. Lorfque deux polygones réguliers ont des périmetres égaux, celui qui a le plus de côtés, peut être circonfcrit à un plus grand cercle, & a, par conféquent, plus de furface que l'autre. D'où il fuit que le cercle eft le plus grand de tous les polygones réguliers qui ont des périmetres égaux.



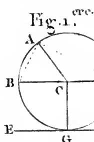


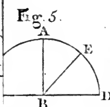
CHAPITRE IV.

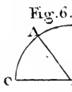
Des Solides.

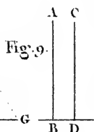
N° 85. JUSQU'ICI on a supposé que toutes les lignes de chaque figure étoient dans un même plan ; il n'en est pas de même de celles dont on parlera dans ce Chapitre.

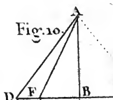
Un angle formé par la rencontre de deux plans ABCD, ABFG, (*Fig.* 58,) est nommé *angle-plan.* Deux plans n'ayant point d'épaisseur, ne sçauroient se couper que dans une ligne, par la même raison que les lignes n'ayant ni largeur ni profondeur, deux lignes droites ne sçauroient se couper que dans un point. On peut tirer une ligne droite du point A au point B dans le plan ABCD, & une dans le plan ABFG qui sera le même que la premiere, puisqu'on ne sçauroit tirer qu'une seule droite d'un point à un

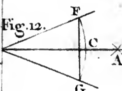

Fig. 1. ere.
A
B
C
E
G

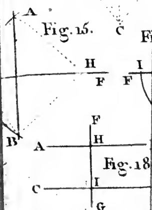

Fig. 5.
A
E
B
D

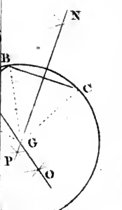

Fig. 6.
A
C
B

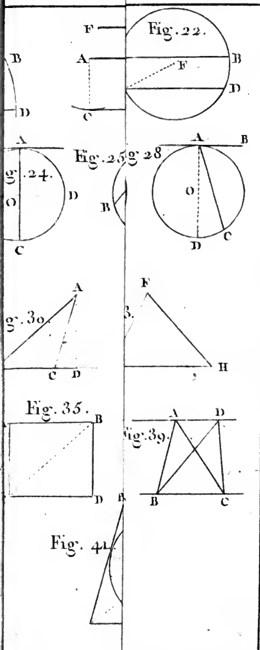

G
Fig. 9.
A
C
B
D


Fig. 10.
A
D
F
B
C


Fig. 12.
F
C
A
G


A
Fig. 15.
H
F
B
F
H
A
Fig. 18
C
I
G


N
I
B
F
C
G
P
O


Fig. 22.
F
A
B
F
D
C
B
D
A
B
Fig. 25
g. 28
A
g. 24.
O
D
O
B
C
D
C
A
F
g. 30
B.
C
D
H
Fig. 35.
B
A
D
ig. 39.
D
D
B
C
B
Fig. 41.

autre. La commune ſection AB eſt donc une ligne droite.

Si l'on tire dans le plan ABFG une droite MO perpendiculaire à la commune ſection AB, & que le plan ABGF tournant autour de AB, s'approche de l'autre plan, la droite MO engendrera dans ce mouvement un ſecteur de cercle, & le point M décrira l'arc MN, qui ſera la meſure de l'angle-plan, ainſi que de l'angle rectiligne MON, dont les côtés OM & ON ſont perpendiculaires à la commune ſection AB des deux plans.

Des Priſmes & des Cylindres.

N° 86. Un plan quelconque ABCD, (*Fig.* 59 & 60,) qui ſe meut parallélement à lui-même, le long d'une droite MN, parcourt une étendue ſolide, que l'on nomme *priſme*.

Lorſque la droite MN eſt perpendiculaire au plan ABCD, le *priſme* eſt droit; autrement il eſt oblique.

Une perpendiculaire, tirée d'un point de la base supérieure sur la base inférieure du prisme, est appellée *hauteur du prisme*

On nomme *parallélépipede*, un prisme dont la base est un parallélogramme. Lorsque le *parallélépipede* est droit, & que sa base est un rectangle, on le nomme *parallélépipede rectangle*.

Le *cube* est un parallélépipede rectangle, dont les quatre faces & les deux bases sont six quarrés égaux.

On nomme *prisme triangulaire*, *prisme pentagonal*, &c. un *prisme* dont la base est un *triangle*, un *pentagone*, &c.

Un *cylindre*, (*Fig.* 61 & 62,) est un prisme, dont la base est un cercle. On peut aussi définir le cylindre droit, un corps engendré par la révolution d'un rectangle ABMN, (*Fig.* 61,) autour de son côté MN, que l'on nomme *axe du cylindre*.

THÉORÊME.

N° 87. Deux prifmes ou deux cylindres font égaux en folidité, lorfqu'ils ont même bafe & même hauteur, quoique l'un foit droit & l'autre oblique.

DÉMONSTRATION.

On peut prendre pour élément d'un prifme, ou d'un cylindre, un prifme ou un cylindre droit de même bafe & d'une hauteur infiniment petite : les deux prifmes ou les deux cylindres ayant même bafe & même hauteur, il y aura autant d'élémens dans l'un que dans l'autre : de plus ces élémens étant égaux dans les deux prifmes ou les deux cylindres, il s'enfuit que ces deux corps font égaux en folidité. C. Q. F. D.

Pour avoir la folidité d'un prifme ou d'un cylindre, on cherche le nombre des mefures quarrées contenues

dans sa base, & on le multiplie par le nombre des mesures linéaires contenues dans sa hauteur. Le produit est le nombre des mesures cubes contenues dans sa solidité.

Toutes les faces d'un prisme droit sont des rectangles de même hauteur, dont la somme est égal à un rectangle de même hauteur aussi, & dont la base est égale au périmetre de la base du prisme. Le cylindre droit pouvant être considéré comme un prisme d'une infinité de faces, sa surface convexe est égale à un rectangle de même hauteur, & dont la base est égale à la circonférence de celle du cylindre.

Des Pyramides & des Cônes.

N° 88. Si d'un point A, (*Fig.* 63,) élevé au-dessus d'un plan rectiligne quelconque BCD, on tire des droites AB, AC, AD à tous les angles de ce plan, le solide renfermé par les

triangles que ces droites formeront avec les côtés du plan BCD, eſt appellé *pyramide*. Le plan BCD ſe nomme *baſe de la pyramide*. Le point A eſt nommé *ſommet de la pyramide*.

Une perpendiculaire abbaiſſée du ſommet de la pyramide, ſur la baſe prolongée s'il eſt néceſſaire, (*Fig.* 64,) eſt nommée *hauteur de la pyramide*. On diſtingue les pyramides par le nombre des angles de leurs baſes. On nomme *pyramide triangulaire*, *quadrangulaire*, *exagonale*, &c. une pyramide dont la baſe eſt un *triangle*, un *quadrilatere*, un *exagone*, &c.

THÉORÊME.

N° 89. Deux pyramides triangulaires, (*Fig.* 63 & 64,) de même baſe & de même hauteur, ſont égales en ſolidité.

DÉMONSTRATION.

On peut regarder une pyramide

comme un corps composé de tranches prismatiques, infiniment minces posées les unes sur les autres, (*Fig.* 63;) & les plans qui les séparent, étant tous paralleles à la base BCD, coupent les côtés AB, AC, AD des faces de la pyramide en autant de parties égales, l'un que l'autre; & par conséquent chacun de ces plans coupe les droites AB, AC & AD proportionnellement, & chaque face, parallélement à sa base. Les deux pyramides, (*Fig.* 63 & 64,) ayant même hauteur, il y a autant de tranches dans l'une que dans l'autre. Si les plans MNO & RST coupent les pyramides, par exemple, au tiers de leur hauteur', AM étant les deux tiers de AB, MN sera les deux tiers de BC. FR étant les deux tiers de FG, RS sera les deux tiers de GH; mais GH = BC. Donc RS = MN. Par les mêmes raisons, ST = NO, & RT = MO. Donc le triangle RST est égal au triangle MNO.

Et comme ces deux triangles ſont les baſes de deux tranches correſpondantes, ces deux tranches ſont donc égales. Comme on peut démontrer de la même maniere, que chaque tranche de la premiere pyramide eſt égale à la tranche correſpondante de la ſeconde, on en conclura que les deux pyramides ſont égales en ſolidité. C. Q. F. D.

THÉORÊME.

N° 90. Une pyramide triangulaire ABDC, (*Fig.* 65,) eſt le tiers d'un priſme triangulaire de même baſe & de même hauteur.

DÉMONSTRATION.

Si l'on coupe le priſme FAGBDC, par un plan BAC, (*Fig.* 65, 66 & 67,) & qu'ayant ôté la pyramide ABDC, on partage l'autre partie du priſme, (*Fig* 67,) par un plan ABG, en deux pyramides ABFG & ABCG, elles ſeront égales, parce qu'ayant leurs ſommets au point A, elles ont même hau-

teur, & que leurs bafes font les deux moitiés du rectangle FBCG. Si l'on prend FAG pour la bafe de la pyramide BFAG, on verra que cette pyramide a même bafe & même hauteur que la pyramide ABDC. D'où on conclura que ces trois pyramides, qui compofoient le prifme, font égales en folidité, & que la pyramide ABDC eft le tiers du prifme FAGBDC de même bafe & de même hauteur. C. Q. F. D.

COROLLAIRE I.

N° 91. Si d'un point C, (*Fig.* 68,) de la bafe d'une pyramide quelconque, on tire des droites à tous les angles de cette bafe, elle fera divifée en triangles que l'on peut regarder comme les bafes d'autant de pyramides triangulaires qui ont toutes leurs fommets au point A, & qui compofent la pyramide totale. Comme chacune de ces pyramides eft le tiers

d'un prisme de même base & de même hauteur, on en conclura que la pyramide totale est égale au tiers d'un prisme de même base & de même hauteur qu'elle. On aura donc la solidité d'une pyramide quelconque, en multipliant sa base par le tiers de sa hauteur.

COROLLAIRE II.

N° 92. Si la pyramide est coupée parallélement à sa base, la section MNOPQ sera un plan semblable à la base; car elle sera composée de triangles dont chacun sera semblable & parallele au triangle correspondant de la base, puisque le petit triangle sera la section d'une pyramide triangulaire, dont le grand sera la base.

La partie de la pyramide comprise entre la section MNOP, & la base de la pyramide, est appellée *pyramide tronquée*.

N° 93. Le *cône* est une pyramide

qui a pour baſe un cercle, (*Fig.* 69 & 70.) On peut auſſi définir le *cône droit, un corps engendré par la révolution d'un triangle-rectangle BAC,* (*Fig.* 69,) *autour de ſon côté AC.*

Si l'on conſidere le cône droit comme une pyramide d'une infinité de faces égales, on verra que ſa ſurface convexe eſt égale à un triangle CAB, (*Fig.* 71,) dont la hauteur eſt égale au côté AB du cône, & dont la baſe CB eſt égale à la circonférence de la baſe du cône. Si le cône eſt coupé par un plan NOP, parallele à ſa baſe, la ſurface du petit cône ſera égale à celle du triangle FAG, dont la hauteur AG eſt égale au côté AN du petit cône, & dont la baſe FG eſt parallele à CB. La ſurface convexe du cône tronqué ſera égale au trapeze FCBG, qui eſt égal au produit de ſa hauteur BG, multipliée par une parallele DH, tirée par le milieu D de ſa hauteur BG; il eſt évident que le

trapeze FCBG est égal au rectangle MNBG.

Si l'on regarde le cône comme une pyramide, dont la base est un polygone régulier d'une infinité de côtés, on verra que sa solidité, comme celle de toute autre pyramide, est égale au produit de sa base multipliée par le tiers de sa hauteur.

De la Sphere.

N° 94. La *sphere*, (*Fig.* 72,) est un corps renfermé par une surface courbe, dont tous les points sont également éloignés d'un point C, que l'on nomme *centre de la sphere*.

Toute droite, tirée du centre de la sphere à sa surface, se nomme *rayon*. Tous les *rayons* de la sphere sont égaux, puisque tous les points de sa surface sont également éloignés du centre C.

Un droite qui passe par le centre, & qui a ses deux bouts à la surface de la sphere, est appellée *diametre*.

Tous les *diametres* d'une ſphere ſont égaux, étant composés chacun de deux *rayons*.

On peut auſſi définir la ſphere, *un ſolide engendré par la révolution d'un demi-cercle DSC*, (*Fig.* 73,) *au tour de ſon diametre DC*. Car la ſurface engendrée par la demi-circonférence, aura tous ſes points également éloignés du centre P.

Si le rectangle AC circonſcrit au demi-cercle, tourne avec lui, il engendrera un cylindre droit qui ſera circonſcrit à la ſpehre.

THÉORÊME.

N° 95. La ſurface de la ſphere, (*Fig.* 73,) eſt égale à la ſurface convexe du cylindre circonſcrit.

DÉMONSTRATION.

Si la tangente AB & la demi-circonférence DSC ſont coupées par une infinité de droites, telles que FG, HI, perpendiculaires au diametre CD,

tandis que la tangente & la demi-circonférence tourneront autour du diametre CD, chaque petite partie, comme FH de la tangente comprise entre deux perpendiculaires, décrira une petite zone qui sera un élément de la surface cylindrique décrite par la tangente AB. Chaque partie correspondante LM de la demi-circonférence, étant infiniment petite, se confondra avec la petite tangente tirée par le milieu N de l'arc LM, & pourra être prise pour la tangente même. La petite zone, qu'elle décrira, sera un élément de la surface sphérique décrite par la demi-circonférence. Comme cette zone sera la surface convexe d'un cone tronqué, elle sera égale au produit de LM, multipliée par la circonférence décrite par son milieu N.

Soient tirés le rayon NP & la perpendiculaire LR. Les triangles-rectangles LMR & NPO sont semblables.

L'angle LMR eſt égal à l'angle LNU, formé par la tangente LN & la corde NU, lequel a pour meſure l'arc ND, (N° 48,) qui eſt auſſi la meſure de l'angle NPD. On aura donc LR = FH : NO : : LM : NP = PS = HI; ou plus ſimplement, FH : NO : : LM : HI. Donc FH χ HI = NO χ LM. Si à la place des rayons HI & NO on met les circonférences décrites par les points H & N, les deux produits ſeront encore égaux; parce que les circonférences ſont proportionnelles aux rayons; & par conſéquent les deux zones décrites par FH & LM ſont égales. Et comme on peut prouver de même, que toute autre zone engendrée par une autre partie de la tangente AB, compriſe entre deux perpendiculaires, eſt égale à la zone correſpondante décrite par la partie de la circonférence compriſe entre les mêmes perpendiculaires, il s'enſuit que la ſurface cylindrique, décrite

par

par la tangente entiere AB, eſt égale à la ſurface ſphérique décrite par la demi-circonférence DSC. *C. Q. F. D.*

N° 96. La ſurface de la ſphere eſt quadruple d'un cercle de même diametre que la ſphere ; car un cercle eſt égal à un rectangle qui a pour baſe la circonférence, & pour hauteur la moitié du rayon de la ſphere. Et la ſurface de la ſphere eſt égale à un rectangle qui a pour baſe la même circonférence, & pour hauteur le double du même rayon ; d'où il ſuit que la ſurface de la ſphere eſt égale aux deux tiers de la ſurface totale du cylindre circonſcrit, laquelle eſt égale à ſix cercles de même diametre que la ſphere.

On peut regarder la ſphere comme un corps renfermé par une infinité de petites faces, dont chacune eſt la baſe d'une pyramide qui a ſon ſommet au centre de la ſphere. La ſomme de toutes ces pyramides eſt égale à un

cône dont la base est égale à la surface de la sphere, & qui a pour hauteur le rayon de la sphere, ou à quatre cônes de même hauteur, & dont les bases ont le même diametre que la sphere.

Si l'on considere le cylindre circonscrit, comme un prisme régulier qui a une infinité de faces qui sont les bases d'autant de pyramides qui ont toutes leurs sommets au centre de la sphere, on trouvera qu'il est égal à une pyramide qui a pour base la surface convexe du cylindre, & pour hauteur le rayon, plus à deux cônes de même hauteur, qui ont pour bases, l'un la base inférieure, & l'autre le base supérieure du cylindre; ou bien à six cônes de même base que le cylindre, & qui ont pour hauteur le rayon; & que par conséquent, la solidité de la sphere est égale aux deux tiers de celle du cylindre circonscrit. La sphere & le cylindre circonscrit

ont leurs ſolidités proportionnelles à leurs ſurfaces. C'eſt une propriété remarquable de tous les corps réguliers ou irréguliers circonſcrits à la ſphere, c'eſt-à-dire dont toutes les faces ſont des plans qui touchent la ſphere, ſans entrer dedans, quoique prolongés; car on peut regarder les faces d'un corps circonſcrit à la ſphere, comme les baſes d'autant de pyramides qui ont leurs ſommets au centre de la ſphere, & qui ont toutes pour hauteur le rayon de la ſphere. La ſolidité d'un tel corps eſt donc égale au produit de ſa ſurface multipliée par le tiers du rayon; celle de la ſphere eſt auſſi égale au produit de ſa ſurface multipliée par le tiers du même rayon. Ces deux corps ont donc leurs ſolidités proportionnelles à leurs ſurfaces. Le cube circonſcrit, par exemple, eſt égal à ſix pyramides qui ont pour baſes ſes ſix faces, & pour hauteur le rayon de la ſphere.

Le cube & le cylindre circonſcrits, ayant même hauteur, ſont entr'eux comme leurs baſes ; ou comme le quarré & le cercle, ou, (N° 83,) comme 14 & 11. Le cube eſt donc à la ſphere comme 14 eſt aux deux tiers de 11, ou comme 21 eſt à 11 ; en ſuppoſant que le diametre eſt à la circonférence comme 7 eſt à 22.

Des Rapports, des Surfaces & des Solidités des Corps ſemblables.

N° 97. Deux corps ſont ſemblables, lorſqu'ils ont autant de faces l'un que l'autre, & que chaque face de l'un eſt ſemblable à la face homologue de l'autre. Un angle-plan, formé par deux faces d'un corps, ne ſçauroit s'ouvrir, ou ſe fermer, qu'il n'arrive du changement, ou dans une de ces faces mêmes, ou dans quelqu'autre face ; & un angle ſolide, formé par pluſieurs plans, ne ſçauroit non plus changer, qu'il n'y ait des angles.

plans, &, par conféquent, des faces qui changent.

THÉORÊME.

N° 98. Deux parallélépipedes rectangles, femblables, (*Fig.* 74 & 75,) ABCDE & MNOPQ, font proportionnels aux cubes BFGCI, & NRSOU, de deux côtés homologues BC & NO de leurs bafes.

DÉMONSTRATION.

Les parallélépipedes étant femblables, leurs faces homologues AC & MO font deux rectangles femblables. BG & NS font les quarrés de BC & NO. Donc, (N° 76,) AC : MO :: BG : NS. Les bafes BCH & NOT étant femblables, CH : OT :: BC = CI : NO = OU; ou CH : OT :: CI : OU. Si l'on multiplie les quatre termes de la premiere proportion par ceux de cette derniere, le premier par le premier, le fecond par

le second, ainsi de suite, les quatre produits seront en proportion; & l'on aura AC X CH : MO X OT : : BG X CI : NS X OU. Pour le prouver, il n'y a qu'à faire voir que le produit des extrêmes est égal à celui des moyens. Par la premiere proportion, AC X NS = MO X BG. Par la seconde proportion CH X OU = OT X CI. Si l'on multiplie le produit des extrêmes de la premiere proportion par le produit des extrêmes de la seconde, & le produit des moyens de la premiere par celui des moyens de l'autre, on aura AC X NS X CH X OU = MO X BG X OT X CI, qui sont le produit des extrêmes & celui des moyens de la proportion; AC X CH : MO X OT : : BG X CI : NS X OU. Mais les produits AC X CH & MO X OT, sont les solidités des parallélépipedes ABCDE & MNOPQ; BG X CI & NS X OU sont les solidités des cubes des côtés

BC & NO. Donc ces deux parallélépipedes ſemblables ſont proportionnels aux cubes des côtés homologues BC & NO de leurs baſes. C. Q. F. D.

Remarquez que ſi les trois dimenſions d'un parallélépipede deviennent doubles ou triples, il faut que ſa ſolidité devienne deux fois deux fois double, ou trois fois trois fois triple, c'eſt-à-dire huit fois ou vingt-ſept fois plus grande. Or 8 & 27 ſont les cubes de 2 & de 3.

COROLLAIRE I.

Comme on peut prendre pour baſe d'un parallélépipede la face que l'on veut, il s'enſuit que deux parallélépipedes rectangles ſemblables ſont proportionnels aux cubes de deux côtés homologues de deux de leurs faces homologues.

COROLLAIRE II.

Lorſque quatre lignes ſont en pro-

portion, leurs cubes ſont auſſi en proportion ; car elles peuvent être regardées comme les côtés de deux faces homologues de deux parallélépipedes rectangles ſemblables.

COROLLAIRE III.

N° 99. Une pyramide eſt égale à un parallélépipede rectangle, dont la baſe eſt égale en ſurface à celle de la pyramide, & dont la hauteur eſt le tiers de celle de la pyramide. Donc deux pyramides ſemblables ſont proportionnelles aux cubes des tiers de leurs hauteurs, &, par conſéquent, aux cubes de leurs hauteurs entieres, ou de deux côtés homologues de deux de leurs faces homologues ; ces côtés étant proportionnels aux hauteurs des pyramides.

N° 100. Si l'on regarde toutes les faces d'un corps comme les baſes d'autant de pyramides qui ont toutes leurs ſommets en un même point au-

dedans de ce corps, & que l'on imagine que toutes ces pyramides ſont coupées proportionnellement par des plans paralleles à leurs baſes, on verra que le corps renfermé par toutes ces ſections ſera ſemblable au premier corps, & que les pyramides, dont il ſera compoſé, ſeront auſſi ſemblables aux pyramides du premier corps, chacune à chacune. Si l'on conſidere les baſes des petites pyramides comme les antécédens, & celles des grandes comme les conſéquens d'autant de raiſons égales que le corps a de faces, on verra évidemment que la ſurface du petit corps eſt à la ſurface du grand comme la baſe d'une des petites pyramides eſt à la baſe de la pyramide homologue. Il eſt également facile à concevoir que la ſolidité du petit corps eſt à la ſolidité du grand, comme une des petites pyramides eſt à la grande pyramide correſpondante. Si un corps étoit d'une

figure à ne pouvoir pas être partagé en pyramides qui eussent toutes leurs sommets en un même point, on le partageroit en autant de parties qu'il conviendroit, pour que chaque partie pût être partagée en pyramides. D'où on conclura que, lorsque deux corps sont semblables, leurs surfaces sont proportionnelles aux quarrés, & leurs solidités aux cubes de deux côtés homologues, de deux de leurs faces homologues, ou de deux de leurs lignes homologues quelconques.

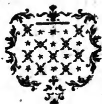
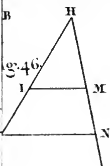
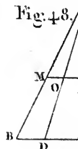
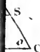


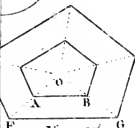

Fig. 44.
X
Y
Z

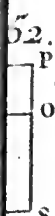

B
H
g. 46.
I
M
N

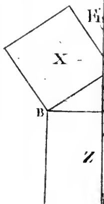

Fig. 48.
M
O
B
D

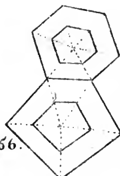

C

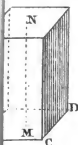

S
C

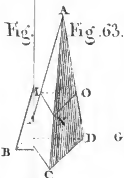

O
A
B
F
G
Fig. 55.

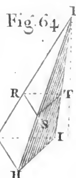

52.
P
O
S

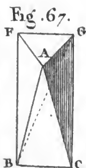

X
B
Z

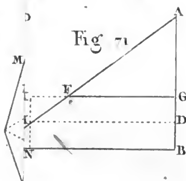

ig. 56.

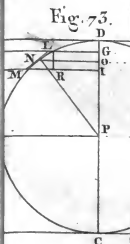

N
D
M
C

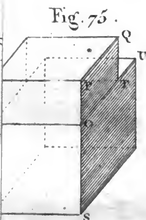

Fig.
Fig .63.
A
O
N
D
B
C


Fig.64
F
R
T
S
G
I
H


Fig .67.
F
G
A
B
C


Fig 71
A
M
F
G
D
N
B


Fig.73.
D
L
G
N
M
R
I
P
C


Fig.75.
Q
U
P
T
O
S



ÉLÉMENS
DE
L'ART MILITAIRE
ANCIEN ET MODERNE.

****

LIVRE TROISIEME.
De la Méchanique.

DÉFINITIONS ET NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

N° 101. A MÉCHANIQUE est la ſcience du *mouvement*, de l'*équilibre* & des *machines*.

Le *mouvement* eſt l'action d'un corps qui change de place.

On appelle *puiſſance*, ou *preſſion*,

l'action continuée d'un agent sur un corps, pour le mouvoir, ou pour en augmenter, en diminuer, en changer, ou en empêcher le mouvement.

La ligne droite, suivant laquelle une *puissance* tire ou pousse un corps, est appellée *direction de cette puissance.*

Lorsque les efforts de plusieurs puissances, qui poussent ou tirent un corps, se détruisent mutuellement, ensorte que le corps demeure en repos, sans être retenu par d'autres obstacles que la contrariété de ces puissances, on dit que *les puissances sont en équilibre.* On dit aussi que le *corps est en équilibre.*

La science de l'*équilibre* est appellée *méchanique statique.*

On nomme *pesanteur* la puissance qui pousse ou qui tire les corps vers le centre de la terre.

L'action de la pesanteur sur un corps, est appellée *poids de ce corps.*

On donne aussi le nom de *poids* à un corps pesant quelconque.

La pesanteur n'est pas essentielle au corps, comme l'étendue & l'impénétrabilité.

On nomme *ligne verticale* la direction suivant laquelle la pesanteur agit sur un corps. On l'appelle aussi *ligne à plomb*.

Quoique les directions, selon lesquelles la pesanteur agit sur plusieurs corps, ou sur les différentes parties d'un corps, concourent au centre ou fort près du centre de la terre, on ne laisse pas de les considérer dans la méchanique, comme si elles étoient paralleles. On y suppose aussi que la pesanteur agit également sur les corps, à des distances inégales du centre de la terre, parce que les corps que l'on considere dans la méchanique, ont trop peu d'étendue, & qu'ils sont trop peu éloignés les uns des autres, pour

que les différences de l'action de la pesanteur puissent être sensibles.

On nomme *ligne horizontale* une tangente à un grand cercle de la terre, c'est-à-dire à un cercle qui a le même centre & le même rayon que la terre. Lorsque la *ligne horizontale* a peu d'étendue, on peut la regarder comme une partie de la circonférence d'un grand cercle

On appelle *plan horizontal* un plan engendré par la révolution d'une tangente à un grand cercle de la terre. Lorsqu'il a peu d'étendue, on peut le regarder comme une partie de la surface sphérique, engendrée par la révolution de la demi-circonférence d'un grand cercle autour de son diametre. On pourroit donc définir la *ligne horizontale* & le *plan horizontal*, lorsqu'ils ont peu d'étendue, une *ligne* ou un *plan* dont tous les points sont également éloignés du centre de la terre.

La matiere eſt une ſubſtance étendue & impénétrable. On donne le nom de *corps* à une portion quelconque de matiere.

La quantité de matiere d'un *corps* eſt appellée *maſſe de ce corps*. Comme la peſanteur agit également ſur toutes les parties égales de la matiere, il s'enſuit que la maſſe d'un corps eſt proportionnelle à ſon poids.

Le *volume* d'un corps eſt l'étendue de ce corps en tous ſens; le *volume* d'un corps eſt égal à l'eſpace que ſa ſurface renferme.

La *maſſe* d'un corps conſidérée relativement à ſon *volume*, ſe nomme *denſité* de ce corps. Lorſque les *volumes* de deux corps ſont égaux, leurs *denſités* ſont proportionnelles à leurs *maſſes*.

La *peſanteur* d'un corps, conſidérée par rapport à ſon *volume*, eſt appellée *peſanteur ſpécifique* de ce corps. La pe-

ſanteur ſpécifique d'un corps eſt proportionnelle à ſa denſité.

On nomme *centre de gravité* d'un corps, un point autour duquel toutes les parties de ce corps ſont en équilibre; de maniere que ce ſeul point étant ſoutenu ou ſuſpendu, le corps reſte en repos dans quelque ſituation qu'on le mette. On conſidere quelquefois le *centre de gravité* d'un corps, comme ſi le poids de tout le corps y étoit réuni, & qu'il n'y eût dans tout le corps que ce point qui fût peſant.

On donne le nom de *machine* à tout inſtrument avec l'aide duquel un agent peut ſurmonter un obſtacle, élever un poids, ou l'empêcher de ſe mouvoir.





CHAPITRE PREMIER.

De la Vîteſſe & de la Force des Corps.

N° 102. ON dit que la *vîteſſe* d'un corps eſt plus grande que celle d'un autre corps, lorſque le premier parcourt un plus grand eſpace que le ſecond, en un tems égal, ou qu'il met moins de temps à parcourir le même eſpace, ou un eſpace égal.

Lorſqu'un corps ſe meut avec une vîteſſe toujours égale, enſorte que les eſpaces qu'il parcourt en tems égaux, ſont égaux, on dit qu'il ſe meut *uniformément*, ou que ſon mouvement eſt *uniforme.*

On nomme *mouvement accéléré* le mouvement d'un corps dont la vîteſſe augmente continuellement.

Le *mouvement retardé* eſt celui d'un corps dont la vîteſſe diminue à chaque inſtant.

On dit que le mouvement d'un corps eſt *uniformément accéléré* ou *retardé*, lorſqu'il acquiert ou qu'il perd à chaque inſtant égal, un degré égal de vîteſſe.

Lorſqu'une puiſſance pouſſe ou tire un corps, pour le mettre en mouvement, s'il eſt retenu par un obſtacle fixe, il réſiſte avec une force égale à la puiſſance. L'*action* de la puiſſance & la *réaction*, ou la réſiſtance du corps ſont égales & directement oppoſées. Telle eſt, par exemple, l'action de la peſanteur ſur un corps poſé ſur une table. Comme la puiſſance ne produit pas plus d'effet ſur le corps, en une heure qu'en un inſtant, on peut la nommer *puiſſance morte*. Si le corps ſollicité au mouvement par une puiſſance, n'eſt retenu par aucun obſtacle, il cede; mais en réſiſtant à la puiſſance qui peut être appellée *puiſſance vive*. L'*action* & la *réaction* ſont encore égales & directement oppo-

ſées. Si l'on met une pierre en mouvement par le moyen d'une corde, la corde tendue tire également la pierre vers la main, & la main vers la pierre.

Lorſqu'un corps eſt mis en mouvement par une puiſſance, il cede, avec une vîteſſe proportionnelle à la puiſſance; c'eſt-à-dire que s'il eſt tiré ou pouſſé deux ou trois fois plus fort, il va deux ou trois fois plus vîte. La matiere eſt indifférente au repos ou au mouvement. Un corps en repos, ou en mouvement, y reſteroit éternellement ſi on l'y laiſſoit, parce qu'il ne ſçauroit ſe mouvoir ni s'arrêter de lui-même; il faut une cauſe étrangere. Comme les effets doivent être proportionnels aux cauſes qui les produiſent, un corps doit donc céder avec une vîteſſe double ou triple, à une puiſſance deux ou trois fois plus grande; & lorſqu'il eſt en mouvement, il doit être retardé deux ou trois fois

davantage par une réſiſtance deux ou trois fois plus grande.

De la Génération & de la Deſtruction des Forces.

N° 103. Lorſqu'une puiſſance A, (*Fig. 76,*) fait parcourir à un corps K, qui ſe meut très-librement ſur un plan horizontal, une droite AB parallele à ce plan; en le pouſſant toujours également le long de cette droite, elle ſurmonte autant de fois la réſiſtance du corps K, & elle lui imprime autant de degrés de force qu'il y a de points infiniment petits dans la droite AB. Si l'on repréſente, par une droite MN perpendiculaire à AB, la grandeur de la puiſſance A, le rectangle MNOP engendré par le mouvement de la droite MN, le long de AB, repréſentera la ſomme des degrés de forces imprimés au corps K, en parcourant la droite AB. Comme le corps K acquiert continuellement de

nouveaux degrés de force, ſon mouvement le long de AB, eſt accéléré; & les eſpaces qu'il parcourt en tems égaux, vont toujours en augmentant.

Le corps K étant arrivé au point B, ſi la puiſſance ceſſe de le pouſſer, & qu'il ne rencontre aucun obſtacle, ſon mouvement deviendra uniforme. Il continuera donc à ſe mouvoir ſelon la même direction avec la force & la vîteſſe qu'il aura acquiſes dans le mouvement accéléré, tant qu'il n'y aura rien qui augmente ou qui diminue ſa force, ni qui le détourne de ſon chemin.

Si le corps K, arrivé au point B, & abandonné par la puiſſance A, rencontre une puiſſance B égale, & directement oppoſée à la premiere, il pouſſera cette nouvelle puiſſance devant lui, en perdant un degré de force à chaque point de la droite BC = AB qu'il lui fera parcourir, en perdant toute la force qu'il avoit ac-

quiſe dans le mouvement accéléré; & la force perdue pourra auſſi être repréſentée par un rectangle égal à MNOP. Tandis que le corps K parcourra la droite BC, ſa force diminuant continuellement, les eſpaces, qu'il parcourra en tems égaux, iront toujours en diminuant; & ſon mouvement ſera continuellement retardé. Si la puiſſance B étoit double ou triple de la puiſſance A; le corps K perdroit toute ſa force, en parcourant ſeulement la moitié ou le tiers de BC; car le rectangle qui repréſenteroit la force perdue, étant égal en ſurface à MNOP, & ayant une hauteur double ou triple de MN, ne pourroit avoir qu'une baſe égale à la moitié ou au tiers de BC = NO. De quelque grandeur que l'on imagine la preſſion B, oppoſée au corps K, il la ſurmontera toujours, en parcourant un eſpace autant de fois moindre que BC, que cette preſſion ſera de fois plus grande

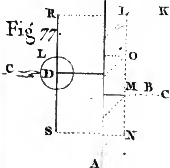


Fig. 77.

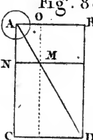


Fig. 80.

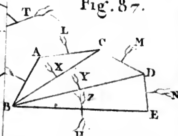
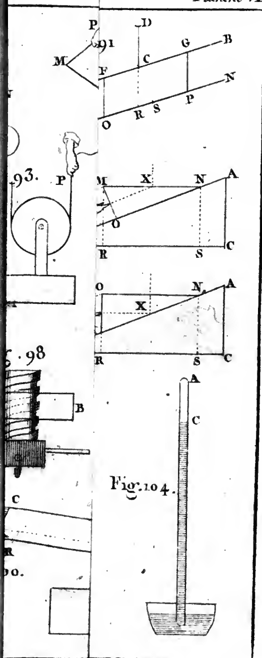


Fig. 84

Fig. 87.


P
D
91
B
M
C
G
F
N
O
R
S
P
93.
P
M
X
N
A
O
R
S
C
O
N
A
X
R
S
C
98
B
A
C
Fig. 104.
C
R
90.

que celle qui eſt repréſentée par MN.

Si la puiſſance, ou preſſion A ou B, augmente ou diminue, pendant que le corps K parcourt la droite AB, ou BC, la force acquiſe, ou perdue par le corps K, ſera repréſentée par un triangle, un trapeze, ou une autre figure dont chaque élément repréſentera le degré de force acquis ou perdu à chaque point infiniment petit de AB, ou de BC.

Des ſçavans prétendent que les degrés de force, qu'un corps pouſſé par une puiſſance conſtante, c'eſt-à-dire toujours égale, acquiert dans le mouvement accéléré, ou qu'il perd dans le mouvement retardé, en temps égaux, ſont égaux, & que, par conſéquent, la force acquiſe ou perdue eſt proportionnelle au nombre, & non pas à la ſomme des eſpaces inégaux parcourus par le mobile, en tems égaux; enſorte qu'on ne doit pas avoir égard à la grandeur de l'eſpace parcouru

durant le mouvement accéléré ou retardé, mais seulement au tems employé à parcourir cet espace, pour connoître la grandeur de la force acquise ou perdue. Mais cette opinion est absolument contraire à l'expérience. Le plus ou le moins de tems qu'un ressort, par exemple, met à se débander, ne change rien à l'effet qu'il produit en se débandant. Il en est de même de l'effet qu'un corps produit par son choc : il perd toujours la même quantité de force, en surmontant le même obstacle, c'est-à-dire en s'enfonçant à la même profondeur, dans la même matiere, ou en pliant le même ressort de la même quantité, sans que l'on s'apperçoive que la durée plus ou moins longue, du choc, cause la plus legere différence dans l'effet ; ce qui prouve clairement que la force acquise dans le mouvement accéléré, ou perdue dans le mouvement retardé, est proportionnelle à l'espace parcouru,

couru, & non pas au tems employé à le parcourir.

De la Nature des Puissances & des Forces.

N° 104. La résistance que les corps opposent à leur changement d'état de repos ou de mouvement, est appellée *force d'inertie*, d'un mot latin : comme si on vouloit dire que la matiere a une paresse qui la retient dans l'état où elle est. Chacune des molécules qui composent un corps, ayant sa force d'inertie, la force d'inertie du corps est proportionnelle à sa masse, &, par conséquent, à sa pesanteur. Mais un corps ne résiste pas, parce qu'il est pesant : sa force d'inertie se fait aussi-bien sentir, lorsqu'on le met en mouvement sur un plan horizontal, ou qu'on le pousse de haut en bas, pour en accélérer la chute, que lorsqu'on le jette de bas en haut.

La force d'inertie & la pesanteur ne sont que des simples *pressions*, & peuvent être représentées par des lignes; mais la force qu'un corps acquiert dans le mouvement accéléré, est une grandeur plus élevée d'un degré que les *puissances* ou *pressions*. Elle en diffère autant qu'une surface diffère d'une ligne. On peut donc la représenter par une surface. Cette force est appellée *force inhérente*, parce qu'elle est comme attachée au corps. Un point qui se meut engendre une ligne : une ligne qui se meut de maniere que toutes ses parties aillent de front, engendre une surface. Le point n'ayant aucune dimension, n'est pas propre à représenter une *pression* que l'on peut regarder comme une grandeur du premier degré, & représenter par une ligne qui lui soit proportionnelle. La force engendrée par cette pression, doit donc être repré-

ſentée par la ſurface engendrée par la ligne qui repréſente la preſſion génératrice.

On a fait voir, (N° 103,) qu'il ne faut employer ni plus ni moins de force pour donner à un corps une vîteſſe quelconque, que pour la lui ôter. Cela poſé, ſoit qu'un boulet de canon, allant avec une vîteſſe de cent toiſes par ſecondes, rencontre un vaiſſeau qui eſt en repos; ſoit que le même boulet ſuſpendu en l'air, ſans mouvement, ſoit rencontré par le même vaiſſeau, qui va à lui avec une vîteſſe de cent toiſes par ſeconde, le boulet percera le bordage de la même maniere & avec la même violence, dans un cas que dans l'autre. Dans le premier cas, le vaiſſeau ne ſçauroit arrêter le boulet, qu'en lui ôtant une vîteſſe de cent toiſes par ſeconde. Dans le ſecond cas, le vaiſſeau ne ſçauroit entraîner le boulet qu'en lui donnant une vîteſſe de cent toiſes par

ſeconde. Or l'un eſt auſſi difficile que l'autre. Dans les deux cas, le boulet preſſe également le bordage par ſa force d'inertie : toute la différence qu'il y a, c'eſt que la force d'inertie du boulet eſt active dans le premier cas où il eſt retardé par la réſiſtance du vaiſſeau, & paſſive dans le ſecond où il eſt accéléré par la preſſion du vaiſſeau.

Ce qui fait voir auſſi qu'un corps en repos a une force inhérente par rapport aux corps en mouvement, laquelle ne diffère de la force inhérente d'un corps en mouvement, qu'en ce que la force de celui-ci eſt active, au lieu que la force du corps en repos eſt paſſive.

Soit que le boulet, en perçant le vaiſſeau, ait perdu toute ſa vîteſſe; ſoit qu'il ait acquis une vîteſſe égale à celle du vaiſſeau, il ſera ſans force & ſans vîteſſe, &, par conſéquent, en repos, par rapport au vaiſſeau &

à tout ce qui ſera dans le vaiſſeau. D'où on conclura que les corps qui ſe meuvent enſemble du même ſens, en ligne droite, & avec des vîteſſes égales, ſont les uns à l'égard des autres, dans le même état que s'ils étoient en repos.

Des Rapports des Forces inhérentes des corps à leurs vîteſſes.

N° 105. Lorſque deux corps égaux KL, (*Fig.* 76 & 77,) pouſſés par des puiſſances conſtantes repréſentées par les droites MN & RS, commencent enſemble à ſe mouvoir, leurs forces inhérentes augmentent continuellement, comme les quarrés de leurs vîteſſes.

DÉMONSTRATION.

Les corps KL étant égaux, la vîteſſe du premier eſt continuellement à celle du ſecond comme MN eſt à RS. Lorſ-

que le corps K fera en B, L fera en E, & l'on aura MN : RS : : AB : DE. Donc les rectangles MO & RT qui repréfentent les forces acquifes des corps KL aux points B & E, font femblables, &, par conféquent, (N° 76,) proportionnels aux quarrés de leurs hauteurs MN & RS qui font proportionnelles aux vîteffes des deux corps. Donc leurs forces augmentent continuellement, pendant le mouvement accéléré, comme les quarrés de leurs vîteffes. C. Q. F. D.

COROLLAIRE I.

N° 106. Si les puiffances A & D ceffent enfemble de pouffer les corps KL, leurs mouvemens deviendront uniformes, & chacun conservera la force & la vîteffe qu'il aura acquifes dans le mouvement accéléré. D'où on conclura que fi deux mobiles égaux fe meuvent uniformément avec des

vîteſſes inégales, leurs forces inhérentes ſont proportionnelles aux quarrés de leurs vîteſſes.

REMARQUE.

Pour qu'un corps acquiere une vîteſſe double ou triple, dans le mouvement accéléré, il ne ſuffit pas qu'il ſoit pouſſé par une puiſſance deux ou trois fois plus grande, il faut encore que cette puiſſance double ou triple le pouſſe deux ou trois fois plus loin; ce qui fait que pour imprimer une vîteſſe double ou triple à un corps, il faut employer quatre fois ou neuf fois plus de force; & comme les effets doivent être proportionnels aux cauſes qui les produiſent, il s'enſuit que la force inhérence d'un corps eſt néceſſairement proportionnelle au quarré de ſa vîteſſe.

COROLLAIRE II.

N° 107. Donc l'eſpace qu'un corps,

pouſſé par une puiſſance conſtante, parcourt d'un mouvement accéléré, augmente continuellement comme le quarré de la vîteſſe du corps; car cet eſpace augmente comme la force du corps, & l'on vient de démontrer que cette force eſt proportionnelle au quarré de la vîteſſe du corps. Comme la peſanteur eſt une puiſſance conſtante, lorſqu'un corps tombe librement, ſa vîteſſe augmente continuellement comme la racine quarrée de l'eſpace parcouru depuis le repos. Et ſi un corps eſt jetté verticalement de bas en haut, ſa vîteſſe diminue continuellement comme la racine quarrée de l'eſpace qui lui reſte à parcourir pour conſommer toute ſa force. Ainſi un corps ne doit acquérir une vîteſſe double ou triple, qu'en tombant d'une hauteur quatre fois ou neuf fois plus grande; & s'il eſt jetté verticalement, de bas en haut, avec une vîteſſe double ou triple, la hauteur à laquelle il

montera, en perdant toute ſa force, ſera quatre fois ou neuf fois plus grande.

COROLLAIRE III.

Donc les forces que deux corps acquierent en tombant, ſont égales, lorſque la maſſe du premier eſt à la maſſe du ſecond, comme la hauteur de la chute du ſecond eſt à la hauteur de la chute du premier; car la maſſe & la chute du premier peuvent être repréſentées par la baſe & la hauteur d'un rectangle, dont la ſurface repréſentera la force acquiſe au bas de la chute. La maſſe & la hauteur de la chute du ſecond étant repréſentée par la baſe & la hauteur d'un autre rectangle qui repréſentera ſa force acquiſe; ces deux rectangles ayant pour baſe & pour hauteur, l'un les extrêmes, & l'autre les moyens d'une proportion, ſont égaux. Ainſi un corps de dix livres n'acquiert ni plus ni

moins de force en tombant de cent pieds, qu'un corps de cent livres en tombant de dix pieds.

Du mouvement uniformément accèléré & retardé.

N° 108. Au premier inſtant qu'un corps céde à une puiſſance qui le ſollicite au mouvement, la puiſſance peut être repréſentée par une ligne, parce qu'elle eſt ſuſceptible d'augmentation & de diminution; mais la vîteſſe du corps, le tems ou la durée du mouvement, & l'eſpace parcouru ne peuvent être repréſentés que par des points qui deviennent des lignes, tandis que la force acquiſe eſt repréſentée par une ligne qui devient une ſurface. Les lignes qui repréſentent la vîteſſe acquiſe & la durée du mouvement, augmentent uniformément; mais la ligne qui repréſente l'eſpace parcouru, augmente à la fois en raiſon de la durée de la chute & de la vîteſſe

acquiſe. En un tems double ou triple, par exemple, le mobile doit parcourir, avec la même vîteſſe, un eſpace double ou triple; & avec une vîteſſe double ou triple, il doit parcourir un eſpace deux ou trois fois plus grand, en un tems égal; &, par conſéquent, un eſpace quatre fois, ou neuf fois plus grand, pendant un tems, & avec une vîteſſe double ou triple. La ligne, qui repréſente l'eſpace parcouru doit donc augmenter, & augmente en effet comme le quarré du tems, ou le quarré de la vîteſſe acquiſe, comme on l'a obſervé dans les expériences qui ont été faites ſur la chute des corps.

N° 109. On a trouvé qu'un corps qui tombe librement, parcourt depuis le repos, 15 pieds 1 pouce pendant la premiere ſeconde, 60 pieds 4 pouces pendant les deux premieres ſecondes, 135 pieds 9 pouces pendant les trois premieres ſecondes; & ainſi de ſuite; enſorte que l'eſpace parcouru

depuis le repos, eſt proportionnel au quarré du tems ou de la vîteſſe acquiſe.

Soient diviſées par des paralleles, la hauteur AB (*Fig.* 78,) & la baſe BC du triangle-rectangle BAC, chacune en quatre parties égales, ayant encore tiré par toutes les diviſions, des paralleles à l'hypoténuſe AC, ſi la hauteur AB repréſente la durée de la chute, & que la vîteſſe acquiſe au bas de la chûte, ſoit repréſentée par BC, la hauteur de la chute pourra être repréſentée par le nombre des triangles dans lequel le triangle BAC ſera diviſé. L'eſpace parcouru pendant la premiere partie du tems ſera repréſenté par 1; pendant les deux premieres parties du tems, par 4; pendant les trois, par 9; & pendant les 4, par 16. Or 1, 4, 9 & 16 ſont les quarrés de 1, 2, 3 & 4.

On remarquera auſſi que les eſpaces parcourus dans chaque partie du tems

ſont proportionnels aux nombres impaires 1, 3, 5, 7, 9; & comme les degrés de forces, acquis par le mobile, ſont proportionnels à ces eſpaces, il s'enſuit qu'il eſt plus difficile de donner à un corps, par exemple, un quatrieme degré de vîteſſe, que de lui ôter le troiſieme.

N° 110. Si le corps remontoit verticalement avec la vîteſſe repréſentée par BC, il eſt évident qu'il parcourroit dans un ordre renverſé, les mêmes eſpaces qu'il a parcourus en deſcendant. Mais ſi ſon mouvement n'étoit point retardé, au lieu de parcourir pendant la premiere partie du tems, l'eſpace repréſenté par MBCE, il parcourroit celui qui eſt repréſenté par MBCP. Et comme il parcourroit un eſpace égal dans chacune des autres parties du tems, il s'enſuit que l'eſpace parcouru d'un mouvement uniforme pendant un tems égal à celui de la chute, ſeroit repréſenté par le rectangle ABCD;

double du triangle BAC. D'où on conclura que lorſqu'un corps remonte verticalement avec une vîteſſe quelconque, l'eſpace qu'il parcourt d'un mouvement uniformément retardé, pour conſommer toute ſa force, n'eſt que la moitié de l'eſpace qu'il parcourroit d'un mouvement uniforme, avec la même vîteſſe, pendant un tems égal.

Du Choc des Corps.

N° 111. On ne connoît point de corps dans la nature qui ſoient abſolument durs, c'eſt-à-dire dont les parties tiennent tellement les unes aux autres, qu'elles ne cedent à aucun effort. Il n'y en a point non plus qui ſoient entiérement inflexibles, c'eſt-à-dire qui ne puiſſent point du tout changer de figure, ſans ſe briſer ou ſe rompre.

Si on laiſſe tomber une bille d'yvoire ſur un carreau de marbre bien poli & enduit legérement de graiſſe, elle y

fait une tache ronde, qui eſt d'autant plus grande, qu'on laiſſe tomber la bille de plus haut; ce qui prouve tout au moins, que la bille s'applatit, ſi le marbre ne s'enfonce pas.

Suppoſé que la bille peſe une livre, & qu'elle tombe de cent lignes de hauteur, pour qu'elle ne preſſe le marbre qu'avec une force de mille livres, il faut qu'elle s'applatiſſe au moins de la dixieme partie d'une ligne; ſi elle s'applatiſſoit cent fois moins, ſa preſſion ſeroit de cent mille livres.

Il ne faut pas confondre l'élaſticité des corps avec leur flexibilité. Une lame d'acier bien trempé, a beaucoup de reſſort ou d'élaſticité, & peu de flexibilité. Une lame de plomb eſt très-flexible & peu élaſtique: un corps eſt plus ou moins élaſtique, ſelon qu'il reprend plus ou moins exactement ſa premiere figure, après avoir été com-

primé ou plié, & que l'effort, qu'il fait pour se remettre, approche davantage d'égaler celui que l'on a fait pour le plier ou le comprimer. On dit aussi qu'un ressort est plus parfait qu'un autre, lorsqu'il conserve plus long-tems son élasticité. Un ressort d'acier bien trempé est plus parfait qu'un ressort de fer, de cuivre, ou de bois. On ne connoît point de corps dont l'élasticité soit absolument parfaite. La difficulté, avec laquelle les parties des corps durs se meuvent entr'elles, doit être surmontée par la puissance qui bande le ressort, dont la réaction est ensuite retardée & diminuée par le même obstacle. Lorsqu'on plie une lame, le côté convexe s'allonge, & le côté concave se raccourcit. Les fibres, ou les molécules qui composent cette lame, ne se déplacent pas toutes également; quelques-unes se détachent & ne se remet-

tent plus : ſi l'on continue à plier la lame, ou à la laiſſer pliée, d'autres molécules ou d'autres fibres ſe détachent encore ; & la lame ſe rompt ou elle perd une grande partie de ſa roideur, & ſur-tout de ſon reſſort.

On nomme corps ſans reſſort les corps qui conſervent, du moins ſenſiblement, la figure qu'on leur fait prendre, en les pliant ou en les comprimant.

Lorſqu'un corps flexible vient à choquer directement un plan fixe & inflexible, les premieres parties infiniment minces, qui rencontrent le plan, perdent, à l'inſtant même qu'elles le touchent, leur vîteſſe & leur force; les autres parties du corps s'approchent du plan, d'un mouvement retardé, juſqu'à ce qu'elles ayent perdu toute leur force ; & le corps change de figure, ou il ſe briſe. Si le corps ne fait que changer de figure, ſans

ſe briſer, & qu'il ſoit ſans reſſort, il reſte en repos après le choc, en conſervant la figure qu'il a priſe : s'il eſt à reſſort, les parties, qui ſe ſont approchées du plan, retournent en arriere d'un mouvement accéléré, pendant lequel elles acquierent une force, qui feroit égale à celle qu'elles avoient avant le choc, ſi le reſſort étoit parfait ; & le corps reprend à-peu-près ſa premiere figure.

Lorſqu'un corps en mouvement en choque un autre qui eſt en repos ou qui va moins vîte, il le pouſſe juſqu'à ce qu'ils ayent tous deux la même vîteſſe ; ce qui ne ſçauroit ſe faire qu'il n'y ait au moins un des deux corps, qui s'applatiſſe, pour pouvoir pouſſer l'autre ou en être pouſſé pendant un certain tems. S'ils étoient tous les deux entiérement inflexibles, il eſt clair qu'ils ſe briſeroient, parce que la preſſion ſeroit infinie. Si les

deux corps sont sans ressort, ils continuent à se mouvoir ensemble avec la même vîtesse, en conservant chacun la figure qu'ils ont prise pendant le choc. S'ils sont à ressort; ils reprennent leur premiere figure, ce qui augmente, pendant la réaction, la vîtesse de celui qui est devant, & diminue celle de l'autre, après quoi ils se séparent.





CHAPITRE II.

Du Mouvement composé, & de la courbe que décrivent les Projectiles.

Nº 112. UN corps ne sçauroit aller à la fois, que par un seul chemin, & d'un seul côté. Pour avoir une idée nette du *mouvement composé*, il faut distinguer deux sortes d'*espaces ;* l'*espace absolu* & immobile, dont chaque partie conserve constamment la même situation en tous sens, à l'égard de toutes les autres ; & l'*espace relatif* qui est une étendue mobile dans l'espace absolu : telle est l'étendue de la terre avec l'air qui l'environne.

Il y a aussi deux sortes de *repos* & de *mouvemens ;* le *repos* absolu, & le *repos* relatif ; le *mouvement absolu*, & le *mouvement relatif.*

Le *repos* ou le *mouvement absolu* est

celui d'un corps en repos ou en mouvement dans l'*espace absolu*.

Le *repos* ou le *mouvement relatif* est celui d'un corps en repos ou en mouvement dans un *espace relatif*.

Si l'on regarde l'étendue de la terre avec l'air qui l'environne, comme immobile, ou comme une partie de l'espace absolu, un homme qui marche avec une vîtesse quelconque, d'orient en occident, dans un vaisseau qui va, avec la même vîtesse, d'occident en orient, est en repos par rapport à la terre, & en mouvement par rapport au vaisseau; son repos est absolu, & son mouvement est relatif. Si cet homme cesse de marcher, il sera en repos par rapport au vaisseau, & en mouvement par rapport à la terre. Son repos sera relatif, & son mouvement sera absolu.

N° 113. Si le centre de gravité du corps K, (*Fig.* 79,) & une droite AB se meuvent uniformément vers C,

avec un dégré de vîteſſe, repréſenté par AF, qu'une puiſſance lui a imprimé, en lui faiſant parcourir, d'un mouvement uniformément accéléré, un eſpace repréſenté par DAF ; & que la même puiſſance continue à le pouſſer ; tandis qu'elle lui fera parcourir un eſpace AGH = DAF, d'un mouvement uniformément accéléré, pour lui imprimer un dégré de vîteſſe relative, repréſenté par GH = AF, la puiſſance, le corps K & la ligne AB parcourront enſemble, d'un mouvement uniforme, avec la vîteſſe AF, un eſpace AFIH double de AGH : le corps K aura acquis une vîteſſe abſolue, repréſentée par GI, en parcourant l'eſpace abſolu DGI, & une vîteſſe relative GH, en parcourant l'eſpace relatif AGH. Et comme les forces acquiſes dans le mouvement uniformément accéléré ſont proportionnelles aux eſpaces parcourus, ſi la force abſolue du corps K eſt repréſentée par le trian-

gle DGI, ſa force relative ſera repréſentée par le triangle AGH.

Si la puiſſance continue à pouſſer le corps K, elle lui fera parcourir un eſpace relatif GHML dans un tems égal à celui qu'il a employé à parcourir l'eſpace AGH. En même tems, la puiſſance, le corps K & la droite AB parcourront enſemble, uniformément, l'eſpace HINM. La vîteſſe abſolue, acquiſe en parcourant l'eſpace abſolu DLN, ſera repréſentée par LN. La vîteſſe relative, acquiſe en parcourant l'eſpace relatif ALM, ſera repréſentée par LM.

Si le corps K avançant uniformément vers C, avec la vîteſſe relative LM, rencontre une puiſſance égale à la premiere, & directement oppoſée, laquelle ſoit en repos relativement à la droite AB, il la pouſſera, & ſon mouvement ſera uniformément retardé, juſqu'à ce qu'il ait perdu toute ſa vîteſſe relative. Tandis que le corps K

parcourra, d'un mouvement uniformément retardé, l'espace relatif GHML, le même corps K, la droite AB & la puissance parcourront uniformément l'espace HINM, & le corps K aura perdu la moitié de sa vîtesse relative. Il est évident qu'il perdra le reste de sa vîtesse relative, en parcourant l'espace relatif AGH, & l'espace absolu AFIH.

Si le corps K & la droite AB se meuvent uniformément vers S, avec la vîtesse AF, tandis que la puissance A fera parcourir au corps K l'espace relatif AGH, en le poussant vers C, la droite AB parcourra uniformément, en allant vers S, un espace double de AGH; & par conséquent, l'espace absolu, parcouru en arriere par la puissance & le corps K, d'un mouvement uniformément retardé, sera égal à l'espace relatif que la puissance & le corps ont parcouru en allant vers C, d'un mouvement uniformément accéléré. Le corps K aura perdu sa force

&

& sa vîtesse absolues, & acquis une force & une vîtesse relatives égales; mais sa force sera passive. Si la puissance continue à pousser le corps K, il parcourra l'espace relatif GHML en un tems égal à celui qu'il aura employé à parcourir l'espace relatif AGH, pendant lequel tems la droite AB parcourra en arriere un espace représenté par GHMO ; ensorte que l'espace absolu, parcouru par le corps K, ne sera représenté que par le triangle GLO qui représentera aussi sa force absolue. Sa vîtesse absolue sera représentée par LO, sa vîtesse relative par LM, & sa force relative par ALM. D'où on conclura qu'une puissance ne doit employer ni plus ni moins de force, pour donner ou ôter une vîtesse relative quelconque représentée par GH ou LM, quelle que soit la vîtesse de l'espace relatif AB, en avant ou en arriere, que si cet espace étoit en repos.

On remarquera que si un homme placé sur un vaisseau qui avance uniformément en ligne droite de A vers C, jette une pierre vers le point C, il ne sçauroit pousser la pierre en avant, qu'il ne pousse le vaisseau en arriere; mais comme il est entraîné par le vaisseau & par sa propre force inhérente, l'espace parcouru de la pierre est augmenté de toute la quantité dont le vaisseau ou l'homme avance pendant le mouvement accéléré de la pierre; ce qui en augmente la force absolue. Si cette pierre abandonnée par la main de l'homme, vient à rencontrer un obstacle dans le vaisseau, tandis qu'elle le fera céder d'un mouvement retardé, l'obstacle reculera d'un mouvement uniforme, avec la vîtesse du vaisseau; la force relative de la pierre se consommera à faire fléchir l'obstacle, & la partie de la force absolue que la pierre perdra, sera employée à pousser l'obstacle &

le vaiſſeau en avant. Si la même pierre rencontroit un corps en repos, elle le choqueroit avec ſa force abſolue.

N° 114. Soit qu'un corps ſe meuve en ligne droite ou en ligne courbe, comme il ne ſçauroit ſuivre à la fois qu'un ſeul chemin, & aller d'un ſeul côté, il eſt évident qu'il ne ſçauroit avoir en même tems qu'un ſeul mouvement abſolu; mais il peut avoir plus d'un mouvement relatif. Le *mouvement composé* eſt celui d'un corps qui obéit à la fois à des forces ou à des puiſſances dont les directions ſont différentes. Lorſqu'un homme debout ſur un vaiſſeau qui ſe meut uniformément en ligne droite, abandonne une pierre qu'il tient dans ſa main, la pierre tombe à ſes pieds, comme elle feroit, ſi le vaiſſeau étoit en repos. La pierre abandonnée par la main de l'homme, continue à ſe mouvoir uniformément du même ſens & avec la même vîteſſe que le vaiſſeau, tan-

dis que sa pesanteur la fait descendre d'un mouvement uniformément accéléré ; & ces deux mouvemens ne se troublent point l'un l'autre. Par son mouvement relatif, la pierre descend verticalement, & frappe le vaisseau, avec la seule force qu'elle a acquise en tombant ; & elle conserve la force qu'elle avoit avant que de tomber. Par son mouvement absolu, elle décrit une courbe.

N° 115. Lorsqu'un corps obéit, en même tems, à plusieurs puissances, dont les directions sont différentes, il suit une direction moyenne, comme s'il n'étoit tiré ou poussé que par une seule puissance. Cette puissance, ou pression composée, est appellée *puissance* ou *pression résultante*.

Si une puissance constante représentée, tant pour sa grandeur que pour sa direction, par le côté AB, fait parcourir cette droite au corps K, (*Fig.* 80,) d'un mouvement unifor-

mément accéléré, tandis qu'une autre puiſſance conſtante lui fera parcourir, d'un mouvement uniformément accéléré, le côté AC du rectangle ACDB, il parcourra, d'un mouvement composé & uniformément accéléré, la diagonale AD. Si l'on imagine que la droite AB deſcend verticalement toujours parallelement à elle-même, tandis que la droite AC avance horizontalement; lorſque la premiere ſera deſcendue d'une quantité quelconque OM, la ſeconde ſera avancée d'une quantité NM; de maniere que l'on aura MN : MO : : AB : AC. D'où on conclura que les rectangles ANMO & ACDB ſont ſemblables, & que le point M eſt dans la diagonale AD.

Comme les deux puiſſances accélératrices ſont conſtantes, & que leurs directions forment toujours le même angle, leur preſſion réſultante eſt conſtante; & le mouvement du corps K, le long de AD, eſt unifor-

mément accéléré. On pourroit aussi le démontrer, en faisant voir que les espaces parcourus en même tems, selon AC & AD, sont proportionnels. Car à cause des triangles semblables AN : AM : : AC : AD. Donc les mouvemens, selon AC & AD, sont semblablement accélérés.

Le corps K, arrivé en D, aura trois vîtesses proportionnelles aux trois lignes qu'il aura parcourues en même tems. Si l'on représente, par les quarrés de AB & de AC, les deux forces acquises par le corps K, en parcourant ces deux lignes, le quarré de AD représentera la force acquise du corps K, en parcourant cette derniere droite, qui représentera par conséquent la grandeur & la direction de la puissance résultante; puisque cette puissance a fait parcourir au corps K la ligne AD, & qu'en la lui faisant parcourir, d'un mouvement uniformément accéléré, elle lui a imprimé une

force représentée par le quarré de cette ligne.

On remarquera que les deux forces relatives du corps K, étant représentées par les quarrés de AB & de AC, leur somme est égale à la force résultante, représentée par le quarré de AD; parce que, (N° 79,) le quarré de l'hypoténuse est égal à la somme des quarrés des deux côtés.

Si l'angle DAB s'ouvroit, le mouvement, selon AB, feroit, en partie, contraire au mouvement selon AC; si le même angle se fermoit, la vîtesse, selon AB, feroit partie de la vîtesse selon AC. Pour considérer dans le corps K deux forces inhérentes, bien distinguées l'une de l'autre, il faut que les directions AB & AC fassent un angle droit.

COROLLAIRE.

N° 116. Au lieu des puissances dont les grandeurs & les directions

ſont repréſentées par les côtés AB & AC, on pourra prendre une ſeule puiſſance dont la grandeur & la direction feront repréſentées par la diagonale AD; puiſque cette puiſſance pouſſera ou tirera le corps K, avec la même force, & ſelon la même direction qu'il eſt pouſſé ou tiré par les deux premieres puiſſances enſemble. Et réciproquement, au lieu d'une puiſſance unique repréſentée, tant pour ſa grandeur que pour ſa direction, par une droite AD, on pourra prendre deux puiſſances repréſentées, tant pour leurs grandeurs que pour leurs directions, par les côtés AB & AC d'un rectangle conſtruit ſur AD comme diagonale. Car ces deux puiſſances tireront ou pouſſeront enſemble le corps K, avec la même force, & ſelon la même direction qu'il l'étoit par la puiſſance repréſentée par AD.

N° 117. Si un corps K, (*Fig.* 81,) parcourt, d'un mouvement uniforme,

la droite horizontale AD, partagée en quatre parties égales, tandis qu'il tombera librement le long de la verticale AC ; par ces deux mouvemens relatifs, il parcourra, d'un mouvement composé, la courbe AFGHI, qui est telle que si l'on partage DI = AC en seize parties égales, la verticale MF en contiendra une, NG en contiendra quatre, & OH en contiendra neuf; ce qui est évident après ce qui a été dit du mouvement uniforme & du mouvement uniformément accéléré. Si le corps K arrivé en I, remonte verticalement avec la vîtesse acquise en tombant de la hauteur AC, tandis qu'il parcourra, d'un mouvement uniforme, la droite IC, il est clair qu'il retournera au point A, en parcourant la même courbe IHGFA, que l'on nomme *parabole*.

On peut regarder un corps jetté obliquement de bas en haut, comme ayant deux mouvemens, l'un hori-

zontal & uniforme, & l'autre vertical & uniformément retardé. Supposé que l'hypoténuse BH, (*Fig.* 82,) du rectangle LBFH représente la vîtesse & la direction du corps K, la vîtesse horizontale de ce corps sera représentée par BF; & celle avec laquelle il commencera à remonter verticalement, sera représentée par BL. Supposé aussi que BL est la hauteur à laquelle le corps K peut remonter avec cette derniere vîtesse; tandis qu'il remontera à la hauteur BL, d'un mouvement uniformément retardé, il parcourra uniformément BX, double de BF, (N° 110,) & décrira, d'un mouvement composé, la courbe BR. Le corps K arrivé en R, cessera de monter, & commencera à descendre en décrivant une courbe RC, égale à celle qu'il a parcourue en montant; ensorte que l'horizontale BC, que l'on nomme *amplitude de la parabole*, sera double de LR, ou quadruple de

BF ; & le corps K aura au point C la même force qu'il avoit au point B ; car sa force horizontale n'a point changé, & celle qu'il a acquise en descendant, est égale à celle qu'il a perdue en montant.

N° 118. Pour trouver l'angle HBF ou GBF que la direction du corps K doit faire avec l'horizontale BC, pour qu'étant jetté avec la vîtesse qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur AB, il aille tomber au point C, il faut décrire sur AB, comme diametre, une demi-circonférence ; diviser BC en quatre parties égales, & élever au point F une perpendiculaire qui coupera la demi-circonférence aux points G & H. Les droites BG & BH seront les directions cherchées. Pour le prouver, il n'y a qu'à faire voir que si le corps K est dirigé selon BH, sa vîtesse selon BL = FH, sera égale à celle qu'il auroit acquise en tombant librement de la hauteur LB,

& que si le même corps est dirigé selon BG, sa vîtesse selon IB = FG, sera égale à celle qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur IB.

Soient tirées les perpendiculaires LS & IM, & la corde AH. Premierement, les triangles-rectangles ABH & HBL sont semblables, & leurs hypoténuses sont divisées proportionnellement par les perpendiculaires HL & LS, on aura donc, (N° 79 & 80,) BH X BH : BL X BL : : BH : BS : : BA : BL; c'est-à-dire que le quarré de BH, qui représente la force absolue du corps K, dirigé selon BH, est au quarré de BL, qui représente la force relative du corps K selon BL, comme BA est à BL. Mais (*hyp.*) BA est la chute qui a donné la vîtesse représentée par BH. Donc BL est aussi la chute relative à la vîtesse représentée par BL.

Secondement, les triangles-rectangles ABH & BGI sont semblables; car BGI est égal à AHL qui est semblable à ABH;

& leurs hypoténuſes ſont diviſées proportionnellement par les perpendiculaires HL & IM. Donc BG X BG : BI X BI : : BG : BM : : AB : AL = BI. Et par conſéquent, le quarré de BG eſt au quarré de BI comme AB eſt à BI. Mais (*hyp.*) AB eſt la hauteur de la chute qui a donné la vîteſſe exprimée par BG. Donc BI eſt auſſi la hauteur de la chute qui répond à la vîteſſe repréſentée par BI. *C. Q. F. D.*

Les demi-cordes LH & IG étant égales, ſont également diſtantes du centre D ; & par conſéquent, BH fait le même angle avec la verticale AB, que BG avec l'horizontale BF ; & les deux angles s'éloignent également de 45 degrés, qui eſt l'angle qui donne la plus grande *amplitude*, puiſque la demi-corde eſt égale au rayon, & que la verticale FH étant tangente au cercle, on ne peut pas l'éloigner davantage du diametre AB. D'où il ſuit que la plus grande *amplitude* eſt dou-

ble du diametre AB. Lorsque l'arc AH ou BG est de 30 dégrés, la demi-corde LH ou IG est égale à la moitié du rayon; & par conséquent, l'*amplitude* est égale au diametre AB, lorsque la direction du corps K fait un angle de 15 dégrés avec la verticale BA ou l'horizontale BC.

Comme le corps n'acquiert, en descendant, que la force qu'il a perdue en montant, il est indifférent, pour la force du choc, de pointer au-dessus ou au-dessous de 45 dégrés. Mais des raisons particulieres obligent souvent à préférer l'une des directions à l'autre.





CHAPITRE III.

De la Composition & Décomposition des Puissances.

N° 119. LA *composition des puissances* est l'art de trouver la grandeur & la direction d'une seule puissance qui tire ou qui pousse un corps, comme il est tiré ou poussé par plusieurs puissances dont les directions sont différentes.

L'art de trouver les grandeurs & les directions de plusieurs puissances qui tirent ou qui poussent un corps, comme il est tiré ou poussé par une seule puissance, est appellé *décomposition des puissances.*

THÉORÊME.

N° 120. Lorsqu'un point A, (*Fig.* 83, 84 & 85,) est tiré ou poussé par deux puissances, dont les grandeurs & les

directions sont représentées par les côtés AD & AF d'un parallélogramme ADOF, la grandeur & la direction de la puissance résultante sont représentées par la diagonale AO.

Démonstration.

Premiérement, si les deux puissances ne sont point opposées l'une à l'autre, (*Fig.* 83 & 84;) sur AD & AF, soient construits les rectangles MDXA & AUFN. A la place de AD, on pourra prendre AM & AX, (N° 116,) &, à la place de AF, prendre AN & AU. Mais AM & AN sont égales & directement opposées. Donc il ne reste, pour composer la résultante, que AU + AX = AO.

Secondement, si les deux puissances sont, en partie, opposées, (*Fig.* 85;) soit fait le parallélogramme MDOA. A la place de AD, on pourra prendre AM & AO. Mais (*constr.*) AM = DO = AF. Donc AM = AF; &

comme ces deux puissances sont directement opposées, elles se détruisent ; & il ne reste plus que AO, pour composer la résultante dont la grandeur & la direction sont représentées par cette ligne. C. Q. F. D.

Lorsqu'un point A est tiré ou poussé par deux puissances dont les grandeurs & les directions sont représentées par les droites AD & AF, qui font un angle quelconque, on trouvera la grandeur & la direction de la puissance résultante, en construisant le parallélogramme ADOF. Il faut remarquer que les lignes AD, AO & AF sont toutes les trois dans un même plan ; car si le point A étoit tiré par trois cordons AD, AF & AG, il est évident que les trois cordons se mettroient dans un même plan.

N° 121. Si un point est tiré ou poussé par plusieurs puissances dirigées dans un même plan ou dans plusieurs plans, on trouvera la grandeur & la direction

de la puiſſance réſultante, en cherchant d'abord la réſultante de deux quelconques de ces puiſſances, pour avoir une puiſſance de moins. Continuant, par le même moyen, à diminuer le nombre des puiſſances, on les réduira à deux, dont on cherchera enfin la réſultante, qui ſera celle de toutes les puiſſances. Si une partie de ces puiſſances étoit oppoſée à l'autre partie, on chercheroit la réſultante de chacune des parties oppoſées. Si les deux réſultantes ſont dans une ligne droite, on retranchera la plus petite de l'autre ; ſi elles forment un angle, on fera un parallélogramme dont la diagonale ſera la réſultante de toutes les puiſſances.

REMARQUE.

Lorſqu'un point A eſt tiré par deux puiſſances, (*Fig.* 83 & 84,) ſi l'on décompoſe ces deux puiſſances, comme on a fait dans le théorême, on pourra

regarder AM & AN comme deux puiſſances mortes ; AX & AU, comme deux puiſſances vives qui peuvent faire mouvoir le point A.

Dans le ſecond cas du théorême, (*Fig.* 85,) AF eſt compoſée de deux puiſſances AH & AL. AD eſt compoſée de deux puiſſances AN & AI. AI & AH ſe détruiſent & ne contribuent en rien au mouvement du point A. AL & AN ſont oppoſées, & la plus grande AN entraîne l'autre ; & comme AL = ON, il n'y a que la partie AO qui eſt employé à faire mouvoir le point A ; la partie ON ne ſert qu'à détruire la puiſſance AL qui lui eſt oppoſée.

THÉORÊME.

N° 122. Lorſque trois puiſſances S, T, R, (*Fig.* 86,) proportionnelles aux côtés BA, AC, CB d'un triangle BAC, tirent ce triangle ſelon des directions perpendiculaires aux milieux de ces côtés, elles ſont en équilibre.

Démonstration.

Les trois directions étant perpendiculaires aux milieux des trois côtés du triangle BAC, elles concourent nécessairement au centre O d'un cercle circonscrit à ce triangle, (N° 43.) Soit prolongée RO d'une quantité OM = BC. Soient faites OS = AB, & OT = AC, ayant encore tiré les droites MS & MT, on verra que MSOT est un parallélogramme. Car OS étant perpendiculaire à BA, & OM à BC, si le triangle SOM fait un quart de révolution vers C, autour du point O, MO sera parallele à BC, & OS à BA; & les triangles BAC & OSM ayant angle égal, compris entre deux côtés égaux chacun à chacun, sont égaux en tout. Si le triangle MTO fait vers B un quart de révolution autour du point O, on trouvera qu'il est encore égal en tout au triangle BAC, &, par conséquent, au triangle OSM. Donc la diagonale OM est la résultante des

puiſſances S & T. Mais comme elle eſt égale & directement oppoſée à la puiſſance R, il s'enſuit que cette derniere eſt en équilibre avec les puiſſances S & T ou que les trois puiſſances R, S, T ſont en équilibre. C. Q. F. D.

COROLLAIRE I.

Comme la réaction eſt égale à l'action, ſi les trois mêmes puiſſances pouſſoient, ſelon les mêmes directions, les trois côtés du triangle BAC, il eſt évident qu'elles ſeroient encore en équilibre.

COROLLAIRE II.

Donc à la place des deux puiſſances S & T, on pourra prendre une puiſſance M, égale & directement oppoſée à la puiſſance R; & réciproquement, à la place d'une puiſſance M, on pourra prendre les puiſſances S & T.

COROLLAIRE III.

Lorſque tous les côtés d'une portion

de polygone, (*Fig.* 87,) ſont tirés par des puiſſances repréſentées par ces côtés, ſelon des directions perpendiculaires aux milieux de ces côtés, les puiſſances ſont en équilibre. Soient tirées les droites BC & BD, au lieu des puiſſances K & L, on pourra prendre une puiſſance X, dont la grandeur eſt repréſentée par BC, & dont la direction eſt perpendiculaire au milieu de BC. A la place des puiſſances X & M, on peut prendre une puiſſance Y. Au lieu des puiſſances Y & N, on peut prendre une puiſſance Z, égale & directement oppoſée à la puiſſance H. D'où on conclura qu'un polygone entier eſt en équilibre, lorſque tous ſes côtés ſont tirés ou pouſſés tous en dedans, ou tous en dehors, par des puiſſances qui leur ſont proportionnelles, ſelon des directions perpendiculaires aux milieux de ces côtés.

COROLLAIRE IV.

N° 123. Si l'on regarde un demi-cercle comme la moitié d'un polygone régulier d'une infinité de côtés égaux, tirés par des puiſſances égales, toutes ces puiſſances, dont la ſomme poura être repréſentée par la demi-circonférence, ſeront en équilibre, avec une ſeule puiſſance, dont la grandeur ſera repréſentée par le diametre. D'où il ſuit que ſi tous les points d'une circonférence ſont tirés en dehors par des puiſſances égales, la puiſſance, qui tend à rompre la circonférence, eſt à la ſomme de ces puiſſances, comme le rayon eſt à la circonférence. Car pour ſéparer les deux moitiés de la circonférence, il faudroit une puiſſance repréſentée par le diametre, laquelle feroit rompre la circonférence en deux points.



CHAPITRE IV.

Des Machines.

N° 124. ON distingue deux especes de *machines ;* les *machines simples*, & les *machines composées.*

On nomme *machines simples* celles qui sont d'une seule piéce, ou qui n'ont qu'une piéce mobile. Il y en a six, le *levier*, la *poulie*, le *tour*, le *plan incliné*, le *coin* & la *vis.*

Les machines, qui sont faites de plusieurs machines simples, sont appellées *machines composées.*

Pour embrasser moins de difficultés à la fois, après avoir parlé de la résistance des frottemens en général, on considérera chaque machine simple, d'abord comme si elle étoit inflexible & exempte de frottement, pour n'avoir égard qu'aux efforts de

la

la puissance & du poids. Ensuite on dira un mot de ses dimensions, relativement à ses qualités physiques, & aux efforts qu'elle a à faire ou à soutenir.

Des Frotemens.

N° 125. Il y a deux especes de *frotemens*. Le *frotement de la premiere espece* est celui d'un corps qui roule sur un autre : tel est celui des roues & des rouleaux, sur le terrein. Les roues les plus solides fléchissent sous le poids dont elles sont chargées, & leurs jantes s'enfoncent dans la terre, ou ébranlent le pavé. Les rouleaux, dont on se sert pour transporter des poutres ou de grosses pierres, s'applatissent sous la charge, & changent continuellement de figure, comme un cylindre de cire molle que l'on roule entre les mains, pour le faire allonger. Ces mêmes rouleaux applanissent le terrein, ou font fléchir les madriers sur lesquels ils passent ; ce qui fait

que la puiſſance, qui les fait mouvoir, éprouve une réſiſtance plus ou moins conſidérable.

Le *frotement de la ſeconde eſpece* eſt celui de deux corps qui gliſſent l'un ſur l'autre. Les ſurfaces les plus unies ne ſont pas exemptes d'inégalités, & les corps les plus durs ne ſont pas inflexibles. Lorſqu'un corps gliſſe ſur un autre, la réſiſtance des parties qui s'accrochent & qui ſe briſent, eſt proportionnelle à l'étendue des ſurfaces qui frotent l'une ſur l'autre. Les inégalités qui ſe dégagent ſans ſe rompre, & qui, en paſſant les unes pardeſſus les autres, obligent, à chaque inſtant, les ſurfaces à s'écarter l'une de l'autre, cauſent une autre eſpece de réſiſtance, qui eſt proportionnelle à la preſſion des ſurfaces, laquelle a des bornes au-delà deſquelles elle ne ſçauroit être augmentée ſans inconvéniens. Toutes les parties de la ſurface d'un corps ne ſont pas capables

de la même réſiſtance. Lorſqu'on preſſe deux corps l'un contre l'autre, aſſez fort pour que les parties les plus dures de la ſurface de l'un s'enfoncent dans les parties les plus molles de la ſurface de l'autre, les deux ſurfaces engrainant ainſi l'une dans l'autre, non-ſeulement gliſſent l'une ſur l'autre, avec bien plus de difficulté ; mais elles s'échauffent & s'enflamment par le frotement.

Il y a deux choſes à ménager, la *puiſſance* ou le *moteur*, & la *machine*.

On tire du *moteur* tout le parti poſſible, en faiſant enſorte qu'il agiſſe ſur le poids le plus immédiatement, & avec le moins de déchet que l'on peut. On rend une *machine* capable de faire un bon effet & de durer long-tems, en donnant aux piéces qui la compoſent les dimenſions les plus convenables pour qu'elles réſiſtent parfaitement aux efforts qu'elles ont à ſoutenir, & que les ſurfaces, qui frotent,

ſoient d'une étendue proportionnée aux poids dont elles ſont chargées, afin non-ſeulement qu'elles ne puiſſent engrainer ni s'échauffer, ce qui ruineroit d'abord la machine, mais même qu'elles ne s'uſent que le moins qu'il eſt poſſible.

Lorſque deux métaux frotent l'un contre l'autre, ſi l'un eſt beaucoup moins dur que l'autre, les parties ſaillantes de ſa ſurface s'affaiſſent plutôt que de s'enfoncer dans l'autre corps; ce qui fait que le moins dur des deux corps ſe polit ſans s'uſer; au lieu que les parties ſaillantes du métal le plus dur, pénétrant dans l'autre métal, s'y engagent & ſe rompent; & le métal ſe polit en s'uſant. Si les deux métaux ſont également durs, ils s'uſent beaucoup plus vîte & ſont plus ſujets à engrainer. Mais, en général, plus deux ſurfaces ſont preſſées l'une contre l'autre, plus elles s'uſent & plus elles engrainent.

Du Levier.

N° 126. Le *levier* eſt une verge MN droite ou angulaire, (*Fig.* 88, 89 & 90,) que l'on conſidere comme ſi elle étoit inflexible, & ſans inertie ni peſanteur, à l'aide de laquelle une *puiſſance* P peut élever ou ſoutenir un *poids* O, ou ſurmonter un obſtacle par le moyen d'un *appui* R. On diſtingue trois eſpeces de leviers. Le *levier de la premiere eſpece* eſt celui où l'appui R eſt placé entre la *puiſſance* & le *poids*. On nomme *levier de la ſeconde eſpece* celui où le poids eſt placé entre la *puiſſance* & l'*appui*. Lorſque la *puiſſance* eſt placée entre le *poids* & l'*appui*, on le nomme *levier de la troiſieme eſpece*. Si l'on regarde le *poids* & l'*appui* comme deux *puiſſances*, il n'y aura plus qu'une eſpece de levier.

On nomme *bras de levier* les diſtances de l'appui aux directions du poids & de la puiſſance. On prend

aussi pour *bras de levier* les parties du levier comprises entre l'appui & les directions du poids & de la puissance, lorsque ces parties du levier sont égales ou proportionnelles aux distances de l'appui, aux directions du poids & de la puissance.

N° 127. Si à une droite AB suspendue par son milieu C, on attache une droite MN, (*Fig.* 91;) de même longueur, avec deux cordons sans pesanteur, égaux & disposés de maniere que AF = MO, & que GB = PN = FC, les trois cordons & les deux droites se mettront dans un même plan vertical. Le point fixe D & les milieux des droites AB & MN seront dans une même ligne verticale. La résistance du cordon DC étant directement opposée à l'action de la pesanteur sur les centres de gravités des deux lignes, elles seront en équilibre. Si OS = MO, il faut que PS = PN; car OP = AF + GB. Il est évident

que le cordon FO eſt chargé de la partie MS, & que le cordon GP ſoutient l'autre partie SN de la droite MN. Par la conſtruction, SN eſt double de FC & MS eſt double de CG = AF. On aura donc la proportion MS : SN : : CG : CF. A la place des droites MS & SN, on pourroit mettre deux poids proportionnels à ces lignes, & qui feroient encore en équilibre. D'où on conclura que ſi deux poids ſuſpendus aux bras d'un levier droit, ſont en équilibre, ces poids ſont entr'eux réciproquement comme les bras de levier auxquels ils ſont attachés, & que ſi ces poids ſont entr'eux réciproquement comme les bras de levier auxquels ils ſont ſuſpendus, ils ſont en équilibre.

N° 128. Une puiſſance médiocre peut, à l'aide d'un levier, ſoutenir l'effort d'un très-grand poids ; mais cet avantage n'a lieu que dans l'équilibre. Si, à l'aide d'un bras de levier

décuple, une puiſſance éleve un poids dix fois plus grand, il faut que la puiſſance deſcende de dix pouces, tandis que le poids monte d'un pouce.

Les grandeurs abſolues des bras du levier ne ſont rien à l'effet de cette machine, mais ſeulement leurs grandeurs relatives. Cependant il n'eſt pas indifférent de ſçavoir quelle longueur on donne à un levier. Plus il eſt long, plus il eſt ſujet à plier ; ſi on le fait plus fort, il ſurcharge l'appui par ſon poids. Les leviers les plus courts ne ſont pas non plus les meilleurs, à cauſe du frotement de l'appui, qui eſt d'autant plus difficile à ſurmonter, que le bras de levier de la puiſſance eſt plus court.

De la Poulie.

N° 129. La *poulie* eſt une roue de bois ou de métal, dont le contour eſt creuſé en gorge, pour contenir une corde. Elle eſt mobile ſur un boulon ou une cheville qui la traverſe per-

pendiculairement par ſon centre, & qui lui ſert d'aiſſieu. On peut regarder la poulie comme un levier de la premiere eſpece, dont les bras ſont égaux.

Lorſque la poulie eſt fixe, comme celles dont on ſe ſert pour tirer de l'eau des puits, elle procure à la puiſſance ſeulement l'avantage d'agir ſelon la direction qui lui eſt la plus commode, (*Fig.* 92.) Quand la poulie, (*Fig.* 93,) eſt mobile avec le poids, comme ſont celles qui ſont ordinairement attachées aux poids des pendules, & que les cordes ſont paralleles, la puiſſance ne ſoutient que la moitié du poids ; mais elle fait un chemin double de celui du poids. Les poulies d'un grand diametre ont deux avantages ; elles donnent à la puiſſance un plus grand bras de levier, pour vaincre le frotement du boulon ; & la corde fait moins de réſiſtance en ſe pliant moins.

Du Tour.

N° 130. Le *tour* ou *treuil*, (*Fig.* 94,) eſt un cylindre mobile ſur deux pivots. Il ſert à élever un poids, par le moyen d'une corde qui ſe roule ſur ſa ſurface cylindrique, lorſqu'on le fait tourner avec des leviers, ou à l'aide d'une roue dont les jantes ſont garnies de chevilles. On peut encore rapporter cette machine au levier, en regardant le rayon du cylindre joint à celui de la corde, comme le bras de levier du poids, & la diſtance de l'axe du cylindre à la direction de la puiſſance, comme le bras de levier de la puiſſance. La conſtruction de cette machine ſi ſimple demande plus d'art que l'on n'a coutume d'y en employer. Le frotement des pivots eſt conſidérable, lorſqu'ils ſont de bois, parce qu'ils ont un trop grand diametre, relativement à celui du cylindre. Si l'on diminue le diametre du cylindre, pour

ne pas donner un trop grand bras de levier au poids, la corde se plie plus difficilement sur le tour; & s'il arrive que l'on soit obligé d'élever le poids à une grande hauteur, il faut donner au cylindre d'autant plus de longueur, qu'il a moins de circonférence, afin que la corde puisse faire un plus grand nombre de tours; ce qui a deux inconvéniens d'autant plus considérables, que le cylindre est plus flexible. L'axe du cylindre plie: ses pivots, n'étant plus en ligne droite, se tourmentent davantage; ce qui cause deux especes de résistances qui peuvent devenir très-considérables dans certains cas.

Lorsque l'axe du cylindre est vertical, on nomme la machine *cabestan*.

Du Plan incliné.

N° 131. On nomme *plan incliné* un plan qui s'éleve obliquement au-dessus de l'horizon. On représente or-

dinairement le *plan incliné*, (*Fig.* 95 & 96,) par l'hypoténuſe AB d'un triangle-rectangle BAC. Le côté AC eſt appellé *hauteur du plan incliné ;* & le côté BC eſt nommé *baſe du plan incliné.*

Si l'on regarde comme une lame peſante le triangle MNO, (*Fig.* 95,) ſemblable au triangle ABC, & que ſa peſanteur ſoit repréſentée par l'hypoténuſe MN, parallele à BC, la puiſſance P, qui tiendra le triangle MNO en équilibre ſur le plan incliné, ayant ſa direction perpendiculaire au milieu du côté MO, ſa grandeur, (N° 122,) ſera repréſentée par MO; & l'on aura la proportion P = MO : MN : : AC : AB.

Si le triangle MNO tomboit verticalement de la hauteur MR, la force qu'il auroit acquiſe au bas de la chute, ſeroit repréſentée par le rectangle MS. Si le triangle gliſſe de la même hauteur, le long du plan incliné, la force

qu'il acquerra en defcendant, fera repréfentée, par le parallélogramme MDBN = MS, fi MN eft regardée comme la puiffance génératrice ; ou par le rectangle MDEO, fi l'on confidere MO comme la puiffance qui a engendré cette force; & ces trois parallélogrammes font égaux.

Si le côté NO, (*Fig.* 96,) repréfente le pefanteur du triangle NMO femblable à BAC, la puiffance P qui retiendra le triangle fur le plan incliné, ayant fa direction perpendiculaire au milieu du côté MO, fera repréfentée par MO; & l'on aura P = OM : ON : : CA : CB. Si le triangle tombe verticalement de la hauteur OR, fa force au bas de la chute, fera repréfentée par le rectangle OS. S'il gliffe de la même hauteur fur le plan incliné, & qu'on regarde ON comme la puiffance génératrice, fa force au bas de la chute, fera repréfentée par le parallélogramme ODBN,

Si on regarde cette force comme engendrée par la puiſſance OM, elle ſera repréſentée par le parallélogramme ODEM, égal à chacun des deux autres.

N° 132. Conſidérant le point X, (*Fig.* 95 & 96,) où concourent les directions du triangle MNO, & de la puiſſance P, comme un point de la direction de la peſanteur du centre de gravité d'un corps de figure quelconque, appuyé ſur un plan incliné ; on conclura de ce qui vient d'être démontré, que la puiſſance néceſſaire, pour retenir ce corps ſur le plan incliné, eſt à la peſanteur du corps, comme la hauteur du plan eſt à ſa longueur, ſi la direction de la puiſſance eſt parallele au plan ; ou comme la hauteur du plan eſt à ſa baſe, ſi la direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe du plan incliné ; & qu'un corps, qui deſcend librement le long d'un plan incliné, acquiert en deſcen-

dant d'une hauteur quelconque, la même force & la même vîteſſe qu'il acquerroit en tombant verticalement de la même hauteur. Par où l'on voit que la réſiſtance du plan incliné ne diminue en rien l'effet de la peſanteur ſur le corps qui deſcend, & que le plan ne fait qu'obliger ce corps à ſuivre une autre direction que celle de ſa peſanteur.

REMARQUE.

N° 133. Lorſque la direction de la puiſſance P, (*Fig.* 96,) eſt parallele à la baſe BC, la charge du plan eſt repréſentée par l'hypoténuſe MN; & cette preſſion eſt plus grande que la peſanteur du corps, laquelle eſt repréſentée par NO.

Plus le plan eſt élevé, plus la puiſſance MO devient grande, & plus elle contribue à augmenter la preſſion du triangle ſur le plan incliné, &, par conſéquent, la grandeur du

frotement, qui peut devenir si considérable qu'aucune puissance dirigée selon PX, ne pourroit la surmonter, pour faire monter le triangle NMO, même quand il n'auroit point de pesanteur. C'est pour cela que la pesanteur d'un corps posé sur un plan incliné, ne peut pas toujours le faire descendre, quoiqu'il ny soit retenu que par son frotement. Supposons que le frotement virtuel du triangle MNO, (*Fig.* 95,) soit égal au tiers de la pression représentée par ON, & que OM soit un peu moindre que le tiers de ON, le frotement du triangle suffira pour le retenir sur le plan incliné. En vain augmenteroit-on la pesanteur du triangle, il ne feroit qu'engrainer davantage ; & son frotement, qui n'étoit que le tiers de la pression, lorsqu'elle étoit médiocre, pourroit devenir égal à la pression entiere, si elle étoit excessive, à cause que les corps engrainent, lorsqu'ils sont

trop fortement preſſés l'un contre l'autre. Lorſqu'on conſtruit une machine, on doit bien prendre garde comment les directions des piéces qui agiſſent les unes ſur les autres, ſont diſpoſées, pour ne pas augmenter mal-à-propos les frotemens, & ſur-tout juſqu'à un certain point où ils deviennent inſurmontables.

Du Coin.

N° 134. Le *coin* eſt un priſme triangulaire que l'on repréſente ordinairement par ſa baſe génératrice BAC, (*Fig.* 97;) le côté BC eſt appellé *tête du coin*. Les faces repréſentées par les côtés AB & AC, ſont appellées *côtés du coin*. La perpendiculaire AD eſt nommée *hauteur du coin*.

Lorſqu'une puiſſance pouſſe le coin, ſelon une direction perpendiculaire au milieu de ſa *tête* BC, la preſſion perpendiculaire de chaque *côté* du coin eſt à la puiſſance comme le *côté* eſt à

la *base* BC; & la pression oblique, comme AD est à BC. Plus la hauteur AD est grande relativement à la base BC, plus la pression des côtés est grande, par rapport à la puissance. Mais cet avantage n'a lieu que dans l'équilibre; lorsqu'il s'agit d'écarter les côtés d'une fente, ou d'élever un fardeau, d'une quantité = BC, il faut que le coin s'enfonce d'une quantité = AD. L'effet de la puissance peut être représenté par un rectangle qui a BC pour base, & DA pour hauteur; & l'effet du coin peut être représenté par un rectangle qui a AD pour base & BC pour hauteur.

Lorsqu'on frappe sur la tête du coin, elle s'affaisse, ainsi que la tête du marteau, jusqu'à ce qu'il ait acquis une vîtesse égale à celle du marteau. Si l'un & l'autre sont sans ressort, ils continuent à descendre ensemble, d'un mouvement retardé, jusqu'à ce qu'ils ayent perdu toute leur force,

en écartant les côtés de la fente. S'ils ſont à reſſort l'un ou l'autre, ou tous les deux, dès que le coin a acquis une vîteſſe égale à celle du marteau, les reſſorts ceſſent de ſe bander, & commencent à ſe rétablir; le marteau eſt pouſſé en arriere, & le coin en avant. Si les reſſorts ſe ſont débandés avant que le coin ait perdu toute ſa force inhérente, toute la force du coup eſt employée à écarter les côtés de la fente, & à vaincre les frotemens des côtés du coin. Si le coin ceſſe de s'enfoncer avant que les reſſorts ſoient debandés, ils ne font plus que chaſſer le marteau en arriere; ce qui doit arriver ſur-tout lorſque la maſſe du marteau eſt moindre que celle du coin. Plus le coin eſt aigu, moins le frotement en eſt dur, parce qu'il eſt pouſſé par la puiſſance, ſelon une direction qui approche davantage d'être parallele à ſes côtés. Mais, comme il entre dans la fente à une plus grande

profondeur, il n'eſt pas aiſé de décider quel doit être le rapport de la hauteur AD à la baſe BC, pour que le coin ſoit capable du plus grand effet poſſible. Si les côtés AB & AC étoient paralleles, toute la force du coup ſe conſommeroit à vaincre leurs frottemens, puiſqu'ils ne pourroient pas écarter les côtés de la fente. Si l'angle BAC étoit fort ouvert, les côtés AB & AC preſſeroient la piéce de bois contre la terre, au lieu d'écarter les côtés de la fente. D'ailleurs pour faire un bon uſage du coin, il faut que ſon frotement ſoit aſſez grand pour le retenir dans la fente dont la réaction des côtés le fait ſortir, lorſqu'il n'eſt pas aſſez aigu.

De la Vis.

N° 135. La *vis*, (*Fig.* 98,) eſt un cylindre droit dont la ſurface convexe eſt entourée, en ſpirale, d'un cordon qu'on nomme *filet de la vis.* Si l'on roule ſur un cylindre droit DB,

(*Fig.* 99,) un triangle-rectangle BAC; de maniere que le côté AB soit parallele à l'axe du cylindre, & que la base BC se roule sur la circonférence de la base du cylindre, l'hypoténuse AC, roulée obliquement sur la surface convexe du cylindre, donnera une idée juste de la disposition du *filet de la vis.* La vis, (*Fig.* 98,) entre dans un trou cylindrique, garni intérieurement d'un filet qui remplit le vuide que laisse celui de la vis. La piéce AB, dans laquelle ce trou est pratiqué, est nommé *écrou.*

Lorsque la vis est verticale, & que l'on fait tourner l'écrou, le filet de l'écrou rampe sur celui de la vis comme sur un plan incliné. Si l'écrou étant fixe, on fait tourner la vis, ce sera le filet de la vis qui rampera sur celui de l'écrou. La hauteur, dont la vis ou l'écrou monte ou descend en faisant un tour, est nommée *pas de la vis.* Chaque tour du filet de la vis se nomme *spire* ou *hélice.*

Considérant encore le filet de la vis comme l'hypoténuse AC roulée sur la surface convexe du cylindre DB, (*Fig.* 99,) si une puissance, dont la direction est tangente à la base du cylindre, fait tourner la vis pour la faire monter, on aura cette proportion: la puissance est au poids de la vis, plus celui dont elle est chargée, comme le pas de la vis est à la circonférence décrite par la puissance; car on a démontré, (N° 132,) que quand la direction d'une puissance, qui soutient un poids sur un plan incliné, est parallele à la base du plan, la puissance est au poids comme la hauteur du plan est à la base. Or on peut regarder la vis comme un corps qui monte sur un plan incliné dont la hauteur est égale au pas de la vis, & qui a pour base la circonférence décrite par la puissance. Si le diametre de la vis restant le même, on donne à la puissance un bras de levier deux ou trois

fois plus grand que le rayon du cylindre, elle parcourra une circonférence deux où trois fois plus grande que celle du cylindre ; & comme la puissance nécessaire pour faire tourner la vis avec un bras de levier double ou triple du rayon de la vis, sera deux ou trois fois moindre que la puissance dont la direction feroit tangente au cylindre, on aura encore la proportion ; la puissance est au poids de la vis comme le pas de la vis est à la circonférence parcourue par la puissance. D'où il suit qu'il y aura équilibre entre le poids & la puissance, lorsque le produit du poids de la vis, multiplié par la hauteur où elle monte en faisant un tour, sera égal au produit de la puissance multipliée par la circonférence qu'elle parcourt. Le filet de la vis ayant du relief, peut être regardé comme formé par plusieurs lames extrêmement minces roulées les unes sur les autres,

ou d'une infinité d'hypoténuſes de triangles-rectangles de même hauteur, & dont les baſes ſont inégales. Si le poids de la vis eſt diſtribué également à tous ces filets élémentaires, ils réſiſteront tous également à la puiſſance; & on aura encore la proportion : la puiſſance eſt au poids de la vis comme le pas de la vis eſt à la circonférence parcourue par la puiſſance.

N° 136. Si le filet de la vis & celui de l'écrou étoient exempts de frotement, & capables de toute la réſiſtance dont ils peuvent avoir beſoin, il importeroit peu quel diametre on donneroit à la vis; le pas de la vis & le bras de levier de la puiſſance reſtant les mêmes, ou dans le même rapport, il y auroit toujours équilibre entre la puiſſance & le poids. Mais ſi l'on conſidere que la réſiſtance dont le filet de la vis eſt capable, & la charge que ſa ſurface peut ſoutenir ſans engrainer, ont des bornes

bornes qu'il ne faut pas passer, & que le pas de la vis restant le même, plus on diminue le rayon, plus le filet de la vis est oblique, ce qui augmente le frotement, (N° 133,) on verra que lorsqu'il s'agit de régler les dimensions d'une vis qui doit faire un grand effort, il y a autre chose à considérer que le rapport de la puissance au poids. Mais ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans de pareils détails.

Ce que l'on a dit des machines simples, peut suffire pour faire connoître que la machine la plus parfaite non-seulement n'ajoûte rien à l'effet de la puissance, mais encore qu'elle en consomme une partie à pure perte; d'où il faut conclure seulement qu'on ne doit pas se servir de machine, lorsqu'on peut commodément s'en passer. Mais il y a une infinité de cas & de circonstances, où la puissance ne sçauroit agir efficacement sur le poids, sans le secours d'une ma-

chine. Le vent, l'eau, les chevaux, & même les hommes ne ſçauroient moudre du grain, ni élever les eaux des puits ou des rivieres, ſans le ſecours des machines. On tranſporte plus commodément un fardeau, avec une voiture, qu'en le traînant ou en le portant. Lorſqu'il ne s'agit que d'élever à une hauteur médiocre un poids conſidérable, ou de le tranſporter à quelques pas, un homme aime mieux le faire ſeul, en ſe ſervant d'un levier ou d'un autre machine, que d'aller chercher le ſecours de vingt hommes ou de pluſieurs chevaux. Il y a auſſi des cas où il faut produire une grande vîteſſe avec une petite force. On ſçait avec quelle facilité un ſeul homme peut abbattre un gros arbre avec une hache, & le fendre avec des coins. Lorſqu'il n'a que ſes mains pour rompre une branche médiocre, il ſe trouve fort embarraſſé.

Des Rapports des Machines ſemblables.

N° 137. Dans une machine quelconque, il n'y a point de piéce dont la réſiſtance ne puiſſe être conſidérée comme celle d'une corde, d'une colomne, d'une cheville ou d'un levier; c'eſt-à-dire qu'une piece quelconque tire comme une corde, ou qu'elle porte comme une colomne, ou comme une cheville qui retient un tenon dans une mortaiſe, ou enfin qu'elle fait l'office d'un levier.

Lorſque deux cordes, deux colomnes, deux chevilles, deux leviers ſont ſemblables, leurs maſſes ſont proportionnelles aux cubes, & les réſiſtances, dont ils ſont capables, aux quarrés de leurs longueurs ou de leurs diametres.

Si une corde de ſix lignes de diametre, & d'une toiſe de longueur, peſe une livre, & peut porter cent livres; une corde de même qualité,

mais d'un pouce de diametre, & de deux toiſes de longueur, peſera huit livres, & portera ſeulement 400 livres, parce que ſa force eſt proportionnelle à ſa groſſeur ou au quarré de ſon diametre, & que ſa longueur n'augmente que ſa maſſe, ſans rien ajoûter à ſa force. Une corde de 100 toiſes de long, ſuſpendue par un bout, ſeroit aſſez chargée par ſon propre poids, de quelque groſſeur qu'on la fît, parce que ſa groſſeur augmente autant ſon poids que ſa force.

Suppoſé qu'une colomne d'un pied de diametre, & d'une toiſe de hauteur, puiſſe porter 1000 livres, & qu'elle peſe 100 livres, une colomne ſemblable de deux pieds de diametre, & de deux toiſes de hauteur, pourra porter 4000 livres, & peſera 800 livres. Une colomne de dix toiſes de hauteur ſeroit donc aſſez chargée de ſon propre poids, quoiqu'elle fût

d'une groſſeur proportionnée à ſa hauteur.

Il n'eſt pas moins évident que les réſiſtances de deux chevilles qui retiennent des tenons dans leurs mortaiſes, ſont proportionnelles à leurs groſſeurs ou aux quarrés de leurs diametres.

Lorſque deux poids KL, (*Fig.* 100,) ſuſpendus aux extrémités d'un levier horizontal DF, ſoutenu par un appui R, ſont en équilibre, & qu'ils font plier le levier, les fibres de deſſous ſe raccourciſſent, & celles de deſſus s'allongent. Suppoſé que toutes les fibres qui ſont au-deſſous du point A, ſe raccourciſſent, & que celles qui ſont au-deſſus, s'allongent; regardant AB & AC comme deux bras de levier, auxquels les fibres, qui doivent s'allonger, ſont attachées de part & d'autre; conſidérant auſſi AD & AF comme les bras de levier des poids KL, ſi l'on imagine que chacune des

trois dimenſions de la barre de bois ou de métal DF, devient double, le nombre des fibres qui s'allongent, deviendra quadruple, & chaque fibre aura un bras de levier double, mais comme les bras de levier AD & AF feront auſſi devenus doubles ; les bras de levier des fibres & ceux des poids feront encore dans le même rapport, & la réſiſtance dont la barre ſera capable, ſera devenue ſeulement quadruple, tandis que ſa maſſe ſera devenue huit fois plus grande.

Si l'on regarde l'appui R & les poids KL comme trois puiſſances, on verra que le levier DF, porté ſur un appui R, & chargé par les deux bouts, ou porté par les deux bouts, & chargé en un point quelconque A, ſera capable d'une réſiſtance quadruple, avec une longueur, une largeur & une épaiſſeur doubles.

Si chacune des dimenſions de la barre DF devenoit triple, ſa réſiſtance

deviendroit neuf fois, & sa masse vingt-sept fois plus grandes ; d'où on conclura qu'il y a un terme au-delà duquel les trois dimensions d'une poutre, ou d'une barre du métal, augmentant proportionnellement, la poutre ou la barre se romproit par son seul poids, bien loin qu'elle pût soutenir un grand fardeau.

N° 138. Lorsque deux machines sont semblables, chaque piéce de l'une est semblable à la piéce correspondante de l'autre ; & les directions des puissances, qui tendent à rompre ces piéces, sont semblablement disposées. Si les puissances sont proportionnelles aux quarrés des diametres ou des longueurs des piéces, la grande résistera avec le même succès que la petite. Mais si ces puissances sont proportionnelles aux cubes des mêmes diametres, & que la petite piéce n'ait que la force dont

elle a besoin, la grande sera autant de fois trop foible que son diametre contiendra de fois le diametre de la petite.

N° 139. A l'égard des frotemens, comme les surfaces de deux corps semblables sont proportionnelles aux quarrés de deux côtés homologues, de deux de leurs faces homologues, & que, dans deux machines semblables, deux piéces homologues sont deux corps semblables, si les charges que deux piéces semblables ont à soutenir, sont proportionnelles à leurs surfaces, la grande piece ne sera pas plus en danger que la petite, de s'échauffer ou d'engrainer. Mais si les charges des piéces, qui frotent, sont proportionnelles à leurs masses, comme cela arrive très-souvent, & que la petite piéce soit autant chargée qu'elle peut l'être, la grande piéce sera autant de fois trop chargée que sa lon-

gueur ou son diametre contiendra de fois la longueur ou le diametre de la petite.

Lorsqu'un machiniste, peu versé dans les mathématiques, est parvenu à faire faire en petit à une machine qu'il a inventée l'effet qu'il souhaite, il ne doute plus qu'en l'exécutant en grand, selon les mêmes proportions, elle ne doive avoir encore le même succès. S'il est trompé dans son espérance, on voit qu'il n'y a pas sujet de s'en étonner.

N° 140. Les machines ont aussi leurs bornes en petit. Il est extrêmement difficile de faire une petite montre qui soit aussi bonne qu'une montre d'une grosseur ordinaire. Mais cela vient de la difficulté de bien finir les piéces, lorsqu'elles sont trop petites. Que l'on regarde, s'il est possible, une roue de montre, avec un microscope, qui la fasse paroître

aussi grande qu'une roue de moulin, on la trouvera moins réguliere & moins finie que ne le paroît une roue de grosse horloge. Ce n'est pas ici le lieu d'examiner les principales différences qu'il y a entre une machine en petit, & la même machine en grand. Cela exigeroit de trop longs détails qui seront mieux placés dans un Traité de l'art des machines.





CHAPITRE V.

Des Fluides.

N° 141. ON nomme *fluides* les corps dont les parties cedent à toutes ſortes d'impreſſions, & ſe meuvent entr'elles en tous ſens, avec une extrême facilité. L'eau, l'huile, le mercure & les métaux en fuſion ſont des fluides. La peſanteur & la grande mobilité de leurs parties obligent à les mettre dans des vaſes, pour empêcher qu'ils ne ſe répandent. Les fluides ſont fort différens des corps mis en poudre. Si l'on fait ſur un plan horizontal une pile de boules bien polies, & que la premiere couche ne ſoit pas ſoutenue de tous les côtés, les boules des couches ſupérieures, écartant celles qui ſont au-deſſous, la pile s'affaiſſera, & toutes les boules ſe répandront. Si les quatre côtés de la premiere couche ſont appuyés, non-

ſeulement la pile ſe ſoutiendra ; mais les différentes couches, dont elle ſera formée, gliſſeront les unes ſur les autres, avec d'autant plus de difficulté qu'elles ſeront plus chargées ; au lieu que la ſurface des fluides ſe met toujours de niveau, & que les parties, qui ſont au fond du vaſe, ſe meuvent entr'elles, avec la même facilité que celles qui ſont à la ſurface ; ce qui fait que les fluides preſſent également en tous ſens les parois des vaſes dans leſquels ils ſont contenus. Lorſqu'on preſſe ſur le bouchon d'une bouteille pleine de liqueur, elle éclate en pluſieurs morceaux. Suppoſé que la preſſion ſur le bouchon ſoit d'une livre, & que la baſe du bouchon ſoit égale à la centieme partie de la ſurface concave de la bouteille, la preſſion de la liqueur ſur cette ſurface ſera de 100 livres. La colomne verticale de la liqueur, qui eſt pouſſée de haut en bas, par la baſe du bouchon,

avec une force d'une livre, doit presser avec la même force le fond de la bouteille; & comme cette colomne s'affaisseroit, si elle n'étoit pas soutenue de toutes parts par le fluide qui l'environne, & qui est soutenu lui-même par les parois de la bouteille, il ne peut résister à cet effort, qu'en s'appuyant contre les parois de la bouteille. Que l'on imagine qu'une lame verticale de la liqueur est partagée en trois parties, sçavoir, un triangle BAC, (*Fig.* 101,) & deux portions de polygone dont les pressions sur les parois de la bouteille seront représentées par les courbes AGB & AFC; en quelque nombre de triangles que l'on partage cette lame, on trouvera toujours que sa pression sur les parois de la bouteille est la même. Soit tirée la droite CD, la pression du bouchon sur le triangle BAC étant représentée par BC, celle de ce triangle sur la portion de polygone ACD

sera représentée par AC. La pression de cette portion de polygone sur l'autre, sera représentée par CD. AD représentera la pression de la portion de polygone ACD sur la paroi de la bouteille ; & celle de l'autre portion de polygone sera représentée par la courbe DFC. On fait abstraction de la pesanteur de la lame.

Si l'on verse de l'eau dans un vase de figure prismatique, (*Fig.* 102,) par l'ouverture A d'un tuyau vertical AB, tant que la colomne, qui sera au-dessous du tuyau, ne sera pas plus haute que les autres, toutes les colomnes seront en équilibre ; & le vase étant plein, l'eau ne pressera encore que le fond du vase & les parois latérales. Mais lorsque le tuyau s'emplira, la colomne qui sera au-dessous, étant surchargée de l'eau contenue dans le tuyau, les colomnes environnantes ne pourront plus lui faire équilibre par leur seule pesanteur, & elles com-

menceront à pousser de bas en haut le dessus du vase, & le fond de haut en bas. Lorsque le tuyau sera plein, le fond du vase portera la même charge que s'il soutenoit une colomne d'eau dont il seroit la base, & dont la hauteur seroit égale à AC. Comme la pression du fond est détruite, en partie, par la pression du dessus, le plan, qui porte le vase, n'est chargé que du poids du vase & de l'eau qu'il contient.

Nº 142. La pression d'un fluide sur la paroi concave d'un tuyau cylindrique est à la pression qui tend à faire fendre le tuyau, comme la circonférence est au rayon; car on a démontré, (Nº 123,) que si tous les points égaux & infiniment petits d'une circonférence sont tirés ou poussés par autant de puissances égales qui tendent à les éloigner du centre, la somme de ces puissances est à l'effort qui tend à rompre la circonférence

en un point, comme la circonférence est au rayon. Lorsque deux tuyaux sont de même hauteur, les pressions de l'eau sont proportionnelles à leurs circonférences. Celui qui a un diametre double ou triple, doit être deux ou trois fois plus épais. Si sa hauteur est proportionnelle à son diametre, l'épaisseur du métal doit être quatre fois ou neuf fois plus grande; d'où on conclura que si les colonnes d'eau, contenues dans deux tuyaux, sont semblables, les épaisseurs du métal doivent être proportionnelles aux quarrés des diametres des colonnes, & que les tuyaux, les récipiens & les réservoirs des machines à élever les eaux, ne doivent pas avoir en grand les mêmes proportions qu'en petit.

De la résistance qu'éprouvent les corps qui se meuvent dans les fluides.

N° 143. L'eau, qui coule par une

ouverture faite au bas d'un vaſe, a une force avec laquelle elle pourroit remonter verticalement juſqu'au niveau de l'eau contenue dans le vaſe. Une lame; qui ſe préſente à l'ouverture du vaſe, n'eſt chargée qu'un inſtant du poids de la colomne d'eau qui eſt au-deſſus d'elle, parce qu'elle ſe dérobe d'abord à la preſſion de cette colomne. L'eſpace, que cette preſſion conſtante fait parcourir à la lame, n'eſt donc qu'un point infiniment petit. Pour que la lame acquiere une vîteſſe double ou triple, en parcourant toujours le même eſpace infiniment petit, il faut que la preſſion accélératrice ſoit quatre fois ou neuf fois plus grande: auſſi la vîteſſe de l'eau, qui coule par une ouverture faite au bas d'un vaſe, eſt-elle proportionnelle à la racine quarrée de la hauteur de l'eau contenue dans le vaſe: la vîteſſe eſt double ou triple,

si cette hauteur eſt quatre fois ou neuf fois plus grande. Suppoſé qu'une lame d'eau, qui ſe préſente à l'ouverture du vaſe, ait une ligne d'épaiſſeur, & que la hauteur de l'eau au-deſſus de cette lame ſoit de 100 lignes ; cette lame preſſée par une puiſſance centuple de ſa peſanteur, acquerra la même force, (N° 103,) en parcourant un eſpace d'une ligne, qu'elle feroit en tombant librement de 100 lignes de hauteur. Si l'épaiſſeur de cette lame n'eſt que la centieme ou la millieme partie d'une ligne, ſa maſſe étant cent fois ou mille fois moindre, & étant toujours preſſée par la même puiſſance, elle acquerra la même vîteſſe, en parcourant ſeulement la centieme ou la millieme partie d'une ligne. Enfin ſi la lame eſt infiniment mince, l'eſpace, qu'elle doit parcourir pour acquérir la même vîteſſe, doit être infiniment petit.

Soit qu'un corps se meuve dans un fluide qui est en repos, ou qu'il soit en repos dans un fluide en mouvement, l'action du corps sur le fluide, ou du fluide sur le corps, est proportionnelle au quarré de la vîtesse du corps ou du fluide, une lame ne pouvant acquérir ou perdre une vîtesse double ou triple, qu'en résistant ou en poussant quatre fois ou neuf fois plus fort.

On a trouvé qu'un corps de figure sphérique, qui se meut dans un milieu de même densité ou de même pesanteur spécifique que lui, perd la moitié de sa vîtesse, en parcourant un espace un peu moindre que le double de son diametre. La pesanteur spécifique du plomb étant douze fois plus grande que celle de l'eau, une balle de mousquet doit donc perdre la moitié de sa vîtesse, ou les trois quarts de sa force, en parcourant dans l'eau

un espace un peu moindre que vingt-quatre fois son diametre. Si elle parcourt encore un espace égal, elle n'aura plus que le quart de sa vîtesse ou la seizieme partie de sa force. On peut juger par-là qu'un coup de fusil ne doit pas faire un grand effet à quelques pieds de profondeur dans l'eau. Si l'on tire avec du plomb, il fera d'autant moins d'effet que le plomb sera plus menu.

Si trois fluides de même densité choquent perpendiculairement, avec des vîtesses égales, les trois côtés d'un triangle isocele BAC, (*Fig.* 103;) ce triangle sera en équilibre, parce que, (N° 122,) ses trois côtés seront poussés perpendiculairement à leurs milieux, par trois puissances qui leur seront proportionnelles. Si le même triangle se meut vers E, selon AD perpendiculaire à BC, dans un fluide en repos, & que les côtés AB

& AC soient tels que la vîtesse, avec laquelle ils pousseront le fluide, ne soit que la moitié ou le tiers de celle du côté BC, la résistance qu'ils éprouveront, ne sera que le quart ou la neuvieme partie de celle qu'ils éprouveroient, si leur vîtesse étoit égale à celle de BC, ou que le triangle auroit à surmonter, s'il alloit vers F, avec sa premiere vîtesse. On peut juger par-là combien le fer d'une fléche a d'avantage sur une balle, pour fendre l'air.

Des Fluides à ressort.

N° 144. Il y a d'autres fluides, comme l'air, la vapeur de l'eau bouillante, qui ne peuvent être contenus que dans des vases fermés exactement de toutes parts, parce qu'ils font effort en tous sens, par leur ressort, pour s'étendre. Cette force avec laquelle ils tendent à se dilater, c'est-

à-dire à occuper un plus grand espace, eſt appellée *force d'expanſion.* L'air eſt un fluide, puiſque ſes parties cédent à une impreſſion quelconque, qu'elles ſe meuvent entr'elles en tous ſens, avec la plus grande facilité, & qu'il eſt peſant. On nomme *atmoſphere* cette couche d'air, de vapeurs & d'exhalaiſons dont la terre eſt environnée de toutes parts. Si l'on remplit de mercure un tuyau de verre fermé par un bout, & qu'ayant mis le doigt ſur l'ouverture du tuyau, on le renverſe pour tremper le bout ouvert dans un vaſe, (*Fig.* 104,) où il y ait du mercure, & qu'enfin on ôte le doigt pour laiſſer couler le mercure qui eſt dans le tuyau, il ne deſcend pas entiérement; mais il ſe ſoutient dans le tuyau, environ 28 pouces au-deſſus du niveau du mercure qui eſt dans le vaſe. La partie AC du tuyau, qui ne contient

point de mercure, eſt vuide d'air; & le mercure contenu dans le tuyau, ne preſſe que par ſon poids ſur le mercure contenu dans le vaſe. La colonne de mercure, chargée du poids de celle qui eſt dans le tuyau, écarteroit les colonnes environnantes, ſi elles n'étoient pas preſſées elles-mêmes également par le poids de l'atmoſphere. Comme l'air preſſe également en tous ſens, il ne fait pas ſentir ſon poids. Une table, par exemple de trois pieds en quarré, ſoutient le poids d'une colonne d'air équivalente à une colonne de mercure de 28 pouces de hauteur, & dont la baſe eſt un quarré de trois pieds. Mais comme cette table eſt preſſée également de bas en haut, on ne doit pas la trouver plus peſante que ſi elle ne portoit rien.

Lorſqu'on porte le barometre ſur une montagne, le mercure deſcend

à mesure que l'on monte, parce que le poids de l'atmosphere diminue; la surface du mercure n'étant pressée que par les couches de l'air qui sont au-dessus du barometre, & non pas par celles qui sont au-dessous.

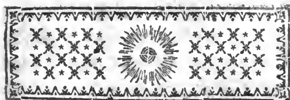
N° 145. La force du ressort de l'air augmente comme sa densité. Si l'on charge de 28 pouces de mercure l'air contenu dans un tuyau bien cylindrique, il n'occupe plus que la moitié de la longueur de la partie du tuyau qu'il occupoit, n'étant chargé que du poids de l'atmosphere. Si on le charge encore de deux fois 28 pouces de mercure, il n'occupera plus que le quart de la longueur du tuyau; mais il n'en est pas ainsi de toutes sortes de fluides à ressort. Il y en a peu dont la force d'expansion augmente en raison de la densité, comme celle de l'air. La vapeur de l'eau bouillante dans les machines à feu, est quatorze

quatorze mille fois plus rare que l'eau, c'eſt-à-dire qu'un pouce cube d'eau produit 14000 pouces de vapeur; & dans cet état, le reſſort de la vapeur, ou ſa force d'expanſion, eſt en équilibre avec le poids de l'atmoſphere. La force d'expanſion de la vapeur augmente prodigieuſement, lorſqu'elle ſe condenſe; mais il s'en faut bien qu'elle augmente à proportion de la denſité de la vapeur.

Des chymiſtes attribuent la force d'expanſion de la flamme de la poudre à canon à la raréfaction de l'eau contenue dans le ſalpêtre, qui étant échauffée par la flamme du ſoufre & du charbon, ſe réduit en vapeur, & acquiert une très-grande force d'expanſion. Comme toute la poudre ne ſe change pas en vapeur, une certaine maſſe de poudre ne ſçauroit produire autant de vapeur, qu'une maſſe egale d'eau. On a trouvé, par

les expériences qui ont été faites sur la raréfaction de la poudre, que la poudre réduite en flamme, occupoit un espace seulement quatre mille fois plus grand que son volume, lorsqu'elle est en grains; & il s'en faut bien qu'une once de poudre fasse autant d'effet qu'une once d'eau, en se dilatant.





ÉLÉMENS
DE
L'ART MILITAIRE
ANCIEN ET MODERNE.

LIVRE QUATRIEME.

Des Machines de Jet des Anciens, & de l'Artillerie.

N° 146. ON appelle *machine de jet* toute machine propre à jetter ou lancer des pierres, des boulets, des traits. Les anciens n'en avoient que d'une espece. Ce qu'ils appelloient *catapultes*, *baliſtes*, *manubaliſtes*, n'é-

toit que la même machine à laquelle ils donnoient différens noms, selon qu'elle jettoit des pierres, ou qu'elle lançoit des solives ou des traits de différens poids & de différentes figures.

Ces machines que les tems d'ignorance & l'invention de la poudre ont fait oublier, n'avoient pas à la vérité la force du canon & du mortier; mais elles ne laissoient pas d'être très-redoutables, à cause de leur grande justesse; qualité qui n'est pas moins considérable dans ces sortes de machines, que la force même. Une bombe, par exemple, est capable de faire un très-grand dommage par la violence de son choc. Cependant les bombes démontent peu de batteries dans les siéges, à cause de la grande difficulté qu'il y a de les faire tomber où l'on veut. Dans une bataille, la force d'un boulet qui passe cinquante

pieds au-dessus d'un bataillon, est fort inutile.

Les différentes piéces d'artillerie, qui sont aujourd'hui en usage, sont le *canon*, le *mortier*, le *pierrier* & le *haubitz*.

On distingue ordinairement les piéces de canon par le poids de leurs boulets. Par exemple, on nomme *piéce de* 8, *de* 12, *de* 24, une piéce dont le boulet pese 8, 12, 24 livres.

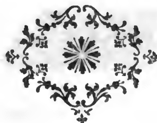
Le *mortier* est une espece de canon fort court qui jette des boulets creux remplis de poudre, que l'on nomme *bombes*.

On distingue les différentes especes de mortiers, par le poids ou par le diametre de leurs bombes. On nomme mortiers de 12 pouces, ceux qui jettent des bombes de 12 pouces de diametre. On appelle mortiers de 500, les mortiers qui jettent des bombes de 500 livres pesant. On les nomme

aussi mortiers de 18 pouces, parce qu'ils ont 18 pouces de calibre ; c'est-à-dire qu'ils ont intérieurement 18 pouces de diametre.

Les *pierriers* sont de gros mortiers qui jettent des pierres au lieu de bombes.

Le *haubitz* est aussi un espece de mortier, mais que l'on pointe au-dessous de 45 degrés, comme le canon. Son boulet est creux & rempli de poudre. On le charge aussi avec des balles. Il sert dans les batailles & dans les siéges.





CHAPITRE PREMIER.

Description d'une petite Machine propre à faire des expériences sur la courbe que décrivent les projectiles.

N° 147. LES *Figures* 105 & 106 sont l'élévation & le plan de cette machine. A est un petit chassis de bois de quatre ou cinq pouces en quarré, traversé par un écheveau de cordes de violons B, retenu par les deux bouts, par deux goupilles d'acier. Dans cet écheveau est engagé par un bout un petit levier de bois C, qui est garni à l'autre bout de trois petites chevilles, pour retenir la balle ou le petit cylindre de plomb que la machine doit jetter.

D est une petite jante de bois, qui a, du côté concave, un petit canal dont la largeur est un peu plus grande

que celle du bout du levier qui eſt re-retenu dans ce canal par le moyen d'un petit écrou de cuivre, que l'on fixe où l'on veut, en ſerrant la vis E, qui traverſe le fond du canal par une rainure, afin que l'on puiſſe avancer ou reculer l'écrou ſelon le beſoin. Cette jante eſt attachée, entre deux petites piéces de bois, avec une cheville de fer que l'on change de trou, pour avancer ou reculer la jante, qui ſert à tenir la machine bandée.

Lorſqu'on retire la jante, elle abandonne le bout du levier qui eſt entraîné par la réaction de l'écheveau dans lequel il eſt engagé, & va frapper contre le chaſſis. Le petit cylindre, qui eſt ſur le bout du levier, s'échappe par la tangente de l'arc qu'il a décrit d'un mouvement accéléré.

Cette petite machine eſt attachée à charniere à deux petits poteaux F, établis ſolidement ſur une planche qui porte ſur trois vis G, qui ſervent à la

mettre dans la ſituation qui lui convient.

H eſt un quart de cercle de bois, diviſé en degrés, pour meſurer l'angle que la direction du cylindre lancé par la machine, doit faire avec la verticale ou l'horizon. On fixe la machine ſur le quart de cercle, par le moyen d'une vis I, ſous le bout de laquelle il y a une petite lame de cuivre pour empêcher qu'elle n'endommage le quart de cercle.

On remarquera que le centre de la balle, ou du cylindre, que la machine doit jetter, eſt dans une ligne droite avec les axes des goupilles des charnieres, par leſquelles la machine eſt attachée ; de maniere que ſi l'on fait parcourir le quart de cercle à la machine, la balle ou le cylindre ne fait que tourner ſur ſon centre, ſans changer de place, & qu'elle part toujours du même point. Pour recevoir la balle, on met une caiſſe remplie de ſable, ou

de terre molle, dont la furface eft de niveau avec le point d'où la balle part.

On peut placer cette petite machine fur le bout d'une longue table. Pour voir fi elle eft dans la fituation qui lui convient, on la pointe à 10 ou 15 degrés avec la verticale; enfuite on lui fait faire le même angle avec l'horizon. Si les deux amplitudes font égales, c'eft une marque que la machine eft bien placée: autrement on y remédie par le moyen des vis, & on l'éprouve de nouveau. Enfuite on la pointe à 45 degrés, pour en régler la force, de maniere qu'elle porte exactement à la diftance que l'on juge à propos, & qui doit être de 100 ou 150 pouces. Il y a plufieurs moyens. On prend des cylindres plus ou moins pefans. On attache la jante plus près ou plus loin; & l'on fait monter ou defcendre l'écrou que l'on fixe par le moyen de la vis E, (*Fig.* 105.)

Suppofé que la plus grande portée

ſoit de 100 pouces, on fera, (*Fig.* 107,) une échelle de 100 parties égales dont la conſtruction eſt aiſée à imaginer en voyant la figure. La longueur de l'échelle eſt diviſée en 10 parties égales, dont chacune eſt de 10 pouces. Sa largeur eſt auſſi diviſée en 10 parties égales, par des paralleles coupées par des tranſverſales, de maniere que la premiere partie de la premiere parallele eſt d'un pouce; celle de la ſeconde eſt de deux pouces; celle de la troiſieme, de trois pouces; & ainſi des autres. Suppoſé qu'on veuille prendre 56 pouces ſur l'échelle, on mettra une pointe du compas ſur l'extrémité de la ſixieme parallele, & l'on ouvrira le compas de maniere que l'autre pointe tombe ſur le point où cette parallele eſt coupée par la tranſverſale qui répond à 50 pouces.

Avec un rayon égal à la longueur de cette échelle, on décrira un quart

de cercle, (*Fig.* 108,) que l'on divisera seulement en 45 parties égales, & on tirera, par les principales divisions, des paralleles au rayon horizontal, qui se termineront au rayon vertical. Cela fait, si l'on veut sçavoir à quelle distance la machine doit porter, étant pointée sous un certain angle, par exemple, à 15 degrés, on prendra avec le compas la demi-corde qui répond à 15 degrés, & on la portera sur l'échelle : on trouvera cette demi-corde de 50 parties égales ou de 50 pouces. On placera la caisse qui doit recevoir la balle, de maniere que son milieu soit à 50 pouces du point dont la balle doit partir ; & l'on verra qu'elle sera jettée à 50 pouces de distance.

Si l'on vouloit connoître l'angle sous lequel il faut pointer la machine, pour que la balle aille à une distance donnée, on prendroit cette distance sur l'échelle, avec le compas, & l'on cher-

cheroit à quelle demi-corde elle répond. Tout cela eſt évident, après ce qui a été dit de la parabole, (N° 118.)

On remarquera que l'amplitude eſt quadruple de la demi-corde. Si on vouloit donc avoir la hauteur de la parabole, comme on n'a pris pour l'amplitude entiere que la ſimple demi-corde, il ne faudroit prendre pour la hauteur de la parabole, que le quart de la partie du diametre qui eſt au-deſſous de cette demi-corde.

Connoiſſant la hauteur & l'amplitude de la parabole que la balle doit décrire, la machine étant pointée ſous un angle donné, on pourra tracer cette parabole ſur une muraille, près de laquelle la machine ſera placée; & l'on verra que la balle ſuivra la courbe que l'on aura tracée ſur la muraille.

On peut auſſi faire uſage d'un petit levier, (*Fig.* 109,) propre à jetter deux cylindres à la fois. Pour qu'ils

partent tous deux ſous le même angle d'élévation, il faut qu'ils ſoient diſpoſés de maniere que leurs centres & celui de l'écheveau ſoient en ligne droite. Les cylindres éloignés inégalement du centre de l'écheveau, ont des vîteſſes inégales, & vont à des diſtances qui ſont proportionnelles aux quarrés de leurs vîteſſes. On remarquera que le cylindre qui eſt au bout du levier, pour aller deux fois plus vîte que celui qui eſt au milieu, doit être pouſſé deux fois plus fort; & comme il décrit un arc double, il s'enſuit qu'il doit acquérir une force quadruple avec laquelle il va quatre fois plus loin que l'autre. On peut ſe ſervir de cette petite machine, pour faire pluſieurs autres expériences également propres à confirmer la théorie que l'on a donnée dans le Livre précédent.





CHAPITRE II.

Des Machines de Jet des Anciens.

N° 148. QUOIQUE la machine, dont on va donner la description, soit de nouvelle invention, elle diffère si peu de celles des anciens, qu'elle suffira pour en faire connoître la nature, le méchanisme & les principales propriétés, autant qu'il est nécessaire, pour être en état de juger de l'usage que les anciens pouvoient faire de ces sortes de machines, soit dans les siéges, ou pour la guerre de campagne, sans qu'il soit besoin d'entrér dans de plus longs détails, ni de recourir à une théorie plus étendue & plus profonde qui d'ailleurs ne pourroit pas trouver place ici.

Description d'une Baliste.

N° 149. La *Figure* 110 est le plan de

cette machine. La *Figure* 111 eſt l'élévation de la machine vue de côté, & la *Figure* 112 eſt une élevation de la même machine vue par-devant. Les reſſorts de cette machine ſont deux écheveaux de cordes élaſtiques AA, (*Fig.* 112,) fortement tendus & retenus par les deux bouts, chacun par deux groſſes clavettes d'acier qui portent ſur de fortes platines de fer dans leſquelles elles ſont encaſtrées de quelques lignes ; & les platines ſont elles-mêmes encaſtrées dans le bois, pour empêcher que les écheveaux ne tournent. Les leviers BB, engagés dans les écheveaux, entraînent le trait, par le moyen d'un écheveau de cordes élaſtiques CC, dont le milieu eſt garni d'un anneau de même corde, par lequel la détente tient la machine bandée.

Les *Figures* 113 & 114 ſont le plan & l'élevation de la détente qui conſiſte en un crochet, dont la queue eſt

ſoutenue par un déclit que l'on retire, lorſqu'on veut faire partir la machine. L'anneau de corde fait lever le crochet, & ſe dégage ; & la corde entraîne le trait qui eſt dans la couliſſe, & le chaſſe avec beaucoup de violence.

La détente eſt établie ſur une platine de métal de la largeur de la couliſſe dans laquelle on met le trait. Lorſqu'on veut bander la machine, on avance la détente, pour pouvoir accrocher la corde ; après quoi, on retire la détente, par le moyen d'un tour D, garni d'une roue d'encliquetage E, avec un déclit F, qui ſert à fixer le tour que l'on fait tourner avec de grandes manivelles ou avec des roues garnies de chevilles. Si la machine eſt plus forte, on y joint une roue dentée.

GG ſont deux barres de fer qui ſoutiennent le chaſſis contre l'effort que l'on fait en bandant la machine.

H, (*Fig.* 111,) eſt le pied qui

porte la machine. Elle a deux mouvemens, un dans un plan horizontal pour pouvoir la tourner à droite & à gauche, & l'autre dans un plan vertical pour la pointer ſous tel angle que l'on veut. Ces deux mouvemens ſe font par le moyen d'un pivot I, (*Fig.* 112,) qui tourne dans le pied, & qui eſt attaché à charniere au chaſſis de la machine.

Lorſque la baliſte n'eſt pas fort groſſe, ce pied ſuffit pour la porter; & un ſeul homme peut la diriger & la pointer comme une ſimple arbalête. Si la machine eſt fort peſante, on peut la ſoutenir, par derriere, avec un pied ou un chevalet, & la pointer avec une vis ou des coins. Ce pied eſt néceſſaire, ſur-tout lorſqu'on bande la baliſte. On peut voir les proportions de cette machine par le moyen de l'échelle.

De la force de la Baliſte.

N° 150. L'effet de cette machine

dépend principalement de la qualité des cordes, & de l'art avec lequel elles ſont tendues. Celles dont les anciens ſe ſervoient, étoient de nerfs, & avoient beaucoup plus de force & de reſſort que les cordes de violons. Les deux écheveaux devoient être parfaitement égaux en tout, & également tendus. Les cordes du milieu de chaque écheveau doivent être plus tendues que celles qui ſont à la circonférence, & qui doivent s'allonger davantage, lorſqu'on bande la machine. A meſure qu'une corde à reſſort s'allonge, elle fait une plus grande réſiſtance ; mais il y a un terme au-delà duquel cette réſiſtance ceſſe d'augmenter ; & les fibres les plus tendues commencent à ſe rompre les unes après les autres ; enſorte que la corde trop tendue ſe rompt en peu de tems ; ou au moins elle s'affoiblit & perd une partie de ſon élaſticité. En tendant trop les cordes, on riſque de les rompre ou de les

gâter en péu de tems ; en les tendant trop peu, on ne profite pas de toute leur force.

Dans la machine dont on vient de donner la defcription, les points des leviers auxquels la corde eft attachée, décrivent chacun un arc d'environ 7 pieds de longueur ; & la corde, qui eft auffi très-élaftique, s'allonge confidérablement, lorfqu'on bande la machine ; ce qui augmente le parcours de la fléche, & par conféquent fa force, parce que cette corde fe raccourcit en chaffant la fléche en avant.

Lorfque la machine commence à fe débander, toute la grande corde & les bouts des leviers auxquels elle eft attachée, font entraînés par la réaction des écheveaux, avec la même vîteffe que le trait; mais cette vîteffe eft fi peu confidérable vers la fin, que la force inhérente des leviers eft bien peu de chofe. Ce n'eft que le milieu

de la longueur de la corde qui a une vîteſſe égale à celle du trait, lorſqu'il abandonne la corde; & comme cette partie de la corde peſe fort peu, en comparaiſon du trait, il eſt aiſé de voir que toute la réaction de la machine eſt employée, à très-peu de choſe près, à chaſſer le trait. On remarquera que la force de la corde, celle des leviers & celle du chaſſis étoient tellement proportionnées à celle des écheveaux, que tout faiſoit reſſort dans la machine; enſorte que chacune de ces piéces concouroit, autant qu'il étoit poſſible, par ſa réaction, à pouſſer le trait. Il faudroit donc, pour découvrir les vraies proportions des différentes piéces de cette machine, connoître exactement la réſiſtance dont le bois & les cordes étoient capables, & de combien les cordes pouvoient s'allonger relativement à leur longueur.

Dans la petite machine décrite

dans le Chapitre précédent, le levier doit être beaucoup plus gros que l'écheveau dans lequel il est engagé, pour que l'on puisse bander les cordes autant qu'elles peuvent l'être. Dans la machine dont on vient de donner la description, les leviers ont quatre pouces en quarré au gros bout, & trois pieds de longueur. De pareils leviers de bois fort & bien choisi peuvent tirer la corde chacun avec une force de trois ou quatre mille livres. Supposé que les leviers tirent, au commencement, chacun avec une force de 3000 livres; s'ils tiroient avec la même force jusqu'à la fin, la force imprimée au trait, seroit égale à celle qu'un poids de 6000 livres acquerroit en tombant librement de sept pieds de hauteur. Si la pression alloit en diminuant uniformément jusqu'à zéro, la force du trait seroit seulement égale à celle qu'un poids de 3000 livres acquerroit en tombant

de sept pieds. Si le trait pese 10 livres, sa force sera donc égale à celle qu'il acquerroit en tombant de trois cens fois sept pieds, ou de 2100 pieds de hauteur ou de 350 toises. Une pareille machine pourroit donc chasser un trait de 10 à 12 livres pesant, à six ou sept cens toises.

Une baliste semblable, construite sur une échelle double, porteroit à la même distance un trait huit fois plus pesant, c'est-à-dire de 80 livres; chaque levier ayant une longueur double & une grosseur quadruple, doit tirer, (N° 137,) avec une force quadruple; & le parcours étant double, la force engendrée doit être huit fois plus grande; mais la masse du trait étant aussi huit fois plus grande, sa vîtesse seroit seulement égale à celle du trait de la premiere baliste.

Si l'on construisoit la même machine sur une échelle triple, elle peseroit vingt-sept fois autant, & porteroit

encore à la même diſtance que la premiere un trait vingt-ſept fois plus peſant ou de 270 livres. Les leviers neuf fois plus gros & trois fois plus longs ſeront capables d'une réſiſtance neuf fois plus grande; & comme le parcours du trait ſera triple, la force qu'il acquerra, ſera neuf fois trois fois ou vingt-ſept fois plus grande, & par conſéquent proportionnelle à ſa maſſe; & les vîteſſes ſeront égales.

On remarquera que toutes les piéces de cette machine doivent avoir en grand les mêmes proportions qu'en petit, parce que les preſſions, qui tendent à les rompre, ſont proportionnelles aux réſiſtances dont elles ſont capables. Il faut ſeulement en excepter le frotement du trait dans la couliſſe, parce que ſa preſſion eſt proportionnelle au cube de ſa longueur; au lieu que la ſurface ſur laquelle il frote, eſt proportionnelle ſeulement au quarré de la même longueur. Par exemple, un

un trait deux ou trois fois plus long, a une maſſe huit fois ou ving-ſept fois plus grande, & ne porte que ſur une ſurface ſeulement quatre fois ou neuf fois plus grande. Mais de quelque grandeur que ſoit la baliſte, un tel frotement ne ſçauroit devenir aſſez conſidérable pour cauſer le moindre dommage.

Il eſt aiſé de voir que deux baliſtes ſemblables doivent porter des traits ſemblables à des diſtances égales. Un écheveau d'un diametre double ou triple eſt quatre fois ou neuf fois plus gros, & par conſéquent quatre fois ou neuf fois plus fort; & comme il ſe raccourcit deux ou trois fois davantage, l'effet qu'il produit par ſa réaction, eſt donc huit fois ou vingt-ſept fois plus grand. Un trait huit fois ou vingt-ſept fois plus peſant doit donc être chaſſé à une diſtance égale, avec cette différence cependant, que les gros traits ayant moins de ſurface à proportion de leurs maſſes, ſont plus propres à fendre l'air que les

petits, & doivent aller plus loin, étant chaſſés avec la même vîteſſe.

N° 151. La vîteſſe du trait étant d'environ 30 toiſes par ſeconde, la baliſte, à 30 toiſes de diſtance, doit porter 15 pieds au-deſſous du but ; ce qui doit rendre les coups fort incertains, à 60 ou 80 toiſes. La portée de but en blanc, c'eſt-à-dire en ligne droite, étant extrêmement courte, il eſt difficile de tirer juſte les premiers coups, lorſque l'objet eſt un peu éloigné. D'ailleurs la corde de la baliſte ne ſçauroit pouſſer le trait en avant, ſans être elle-même pouſſée en arriere avec la même force. Mais comme on pouvoit oppoſer au recul de la baliſte un obſtacle fixe, la déviation cauſée par le recul, ne devoit pas être conſidérable. Comme la réaction des écheveaux également tendus, eſt toujours égale, des traits égaux en tout, & chaſſés avec des forces égales, ſous le même angle d'élévation, doivent aller à des diſtan-

ces égales. Lorſque ceux qui ſervoient les machines d'une batterie, en connoiſſoient une fois la portée, ils devoient tirer avec une grande juſteſſe.

Des Manubaliſtes & des Scorpions.

N° 152. Les manubaliſtes & les ſcorpions étoient vraiſemblablement de petites baliſtes dont on ſe ſervoit comme d'une ſimple arbalête, mais qui devoient porter beaucoup plus loin, & avoir aſſez de force pour percer les meilleurs armes. Suppoſé que le chaſſis ſoit de quatre pieds de longueur, le trait peſera la huitieme partie de dix livres ou vingt onces. Si l'on diminue encore des trois quarts le poids de la machine & celui du trait, le poids du trait ſera un peu moindre que le tiers d'une livre; & ſa vîteſſe étant égale à celle qu'il acquerroit en tombant de 300 toiſes, ſa force ſera égale à celle qu'un poids d'une livre acquerroit en tombant de 100 toiſes, ou qu'un poids de

100 livres acquerroit en tombant d'une toise. Un ouvrier perce à froid, d'un coup de marteau, de la tole d'une ligne d'épaisseur, quoique la force du marteau ne soit pas aussi grande que celle qu'un poids de 25 livres acquerroit en tombant de deux pieds de hauteur; ce qui ne fait que la douzieme partie de la force qu'un poids de 100 livres acquiert en tombant d'une toise. Aussi prenoit-on de très-grandes précautions dans les siéges, pour se garantir de l'effet de ces machines qui étoient d'autant plus redoutables, qu'on tiroit de fort près; les assiégeans se portant d'abord, avec leurs tours ambulantes & leurs tortues, jusqu'au bord du fossé qui avoit même fort peu de largeur. Les traits lancés par ces machines, ayant peu de vîtesse & une forme avantageuse, (N° 143,) pour fendre l'air, conservoient la meilleure partie de leur force, même à toute la distance où ils pouvoient aller; outre qu'étant très-

aigus & tranchans, il ne leur falloit pas beaucoup de force pour percer un homme.

Des Catapultes.

N° 153. La catapulte étoit encore la même machine que la baliste ; mais elle lançoit des pierres au lieu de traits. Elle servoit à l'attaque & à la défense des places. Les pierres, jettées par les grosses catapultes, avoient assez de force, non seulement pour briser les galeries de clayonnage dont on se couvroit, les tours ambulantes & les tortues, mais encore pour ébranler & abbatre des tours de maçonnerie qui n'étoient pas construites avec solidité, ou du moins pour en raser les parapets. Les murs de pierre de taille fort dure ne pouvoient pas recevoir un grand dommage par le choc d'un boulet de pierre, qui devoit plutôt se briser que faire une bréche à la muraille.





CHAPITRE III.

Du Canon.

Nº 154. UNE piéce de canon ne diffère d'un fusil & d'un pistolet, que dans ses proportions & dans les moyens moins simples dont on se sert, à cause de son grand poids, pour la transporter, la charger & la pointer.

Les *Figures* 115 & 116 sont l'élévation & le plan d'une piéce de canon sur son affût. La piéce est ordinairement de bronze; il y en a aussi de fer fondu.

L'*affût* est composé de deux piéces de bois AA, que l'on nomme *flasques*, liées ensemble par quatre autres que l'on nomme *entre-toises*. La premiere B est nommée *entre-toise de lunette*. Elle est percée d'un trou rond, pour joindre un avant-train à l'affût. La se-

conde entre-toise est appellée *entre-toise de mire ;* la troisieme, *entre-toise de couche ;* & la derniere, *entre-toise de volée.*

Les roues de l'affût sont d'une grandeur & d'une force proportionnées au poids de la piéce qui est suspendue sur deux pivots que l'on nomme *tourillons*, sur lesquels elle peut se mouvoir dans un plan vertical.

La partie de la piéce, depuis la bouche jusqu'aux tourillons, est appellée *volée ;* l'autre partie est nommée *culasse.* La culasse est plus pesante que la volée. On met sur les entre-toises de mire & de couche un bout de madrier que l'on nomme *femelle.* Lorsque la culasse porte immédiatement sur la femelle, on dit que *la piéce est à toute volée*, parce qu'elle est pointée aussi haut qu'elle peut l'être.

Lorsqu'on veut pointer la piéce plus bas, on leve la culasse avec des leviers, & l'on met sur la femelle un

ou deux coins que l'on nomme *coins de mire.* Il y a des petites piéces que l'on pointe avec une vis au lieu de coins de mire.

La piéce ne se meut dans un plan horizontal, qu'avec son affût. Mais comme elle porte presqu'entiérement sur deux grandes roues, il est aisé de la mouvoir avec des leviers que l'on engage dans les rais des roues & sous les flasques.

La piéce a deux anses au-dessus de son centre de gravité. On se sert de ces anses pour mettre la piéce sur son affût, & pour l'en ôter, par le moyen d'une chévre.

On introduit la poudre dans le canon avec une espece de cuiller, qu'on nomme *lanterne*, qui la porte jusqu'au fond de la piéce. On met ensuite sur la poudre un bouchon de fourrage ou de gazon, qui sert à ramasser la poudre au fond de la piéce, & à empêcher que la flamme ne s'échappe par

le *vent* du boulet, c'eſt-à-dire par le vuide qui reſte entre la parois de la piéce & le boulet dont le diametre eſt toujours moindre que celui de *l'ame* de la piéce ; parce que le boulet étant de fer fondu, ſi on le faiſoit exactement du calibre de la piéce, la moindre inégalité, qui ſe trouveroit à ſa ſurface, l'empêcheroit d'entrer ou de ſortir. On met auſſi un bouchon ſur le boulet, pour le fixer dans la piéce.

La lumiere eſt placée au-deſſus de la piéce, vers le fond de l'ame. Après l'avoir remplie de poudre fine, on fait une traînée de poudre dans un petit canal qui eſt fait pour cela, & que l'on nomme *champ de lumiere*. Au moyen de cette traînée, on n'eſt pas obligé de mettre le feu ſur la lumiere même. La flamme, qui en ſort avec une extrême violence, emporteroit le boute-feu qui eſt une méche atta-

chée au bout d'un bâton, avec quoi on met le feu au canon.

L'épaiſſeur du métal à la culaſſe eſt égale au diametre du boulet ; mais il n'a qu'un peu plus de la moitié de cette épaiſſeur à la volée.

De la Maniere dont la Poudre s'enflamme dans le Canon.

N° 155. Lorſque le feu a pris aux grains de poudre les plus proches de la lumiere, la flamme, qu'ils produiſent, faiſant effort de toutes parts pour s'étendre, une partie s'écoule par la lumiere, & le reſte s'inſinue de tous côtés dans les vuides que laiſſent entr'eux les autres grains ; & la flamme s'accumulant de plus en plus, ſans pouvoir s'échapper par la lumiere, à meſure qu'elle ſe forme, ſa preſſion augmente ſur les parois de la piéce & ſur la poudre dans laquelle elle n'a pas encore pénétré, & qu'elle pouſſe for-

tement avec le bouchon contre le boulet, en chassant le tout hors de la piéce, avec une très-grande violence.

La poudre ainsi comprimée, forme un cylindre très-dur qui ne donne prise à la flamme, que par sa base ; ce qui fait qu'elle s'enflamme plus lentement que si elle étoit encore en grains, & que souvent une bonne partie sort de la piéce avant que d'être enflammée.

Le boulet & les bouchons sortis, la flamme fortement bandée, s'échappe avec une grande détonation ; & en se dilatant, elle continue à pousser le boulet qui en reçoit une impression considérable, parce qu'il a alors une grande vîtesse, & qu'il parcourt un grand espace durant le peu de tems que la flamme emploie à s'écouler par la bouche du canon.

Plus la poudre est grosse, plus il faut de tems au feu pour pénétrer jusqu'au centre de chaque grain ; mais

d'un autre côté, les grains laissant entr'eux des espaces plus grands, la flamme pénetre plus avant, de toutes parts, & se communique à une plus grande quantité de poudre à la fois. L'explosion seroit donc la plus violente qui fût possible, si les grains avoient précisément la grosseur qu'il faudroit, pour que la flamme, qui se forme près de la lumiere, pût pénétrer jusqu'au bouchon, & se communiquer à tous les grains à la fois; d'où il suit que la poudre à canon doit être plus grosse que celle dont on se sert pour les armes à feu, & que la grosseur des grains devroit être proportionnée à celle des boulets.

On remarquera qu'il n'y a ni plus ni moins du vuide dans un pied cube de grosse poudre, que dans un volume égal de poudre fine, parce que les vuides & les grains de la grosse poudre étant semblables aux vuides & aux grains de la fine, si la somme

des vuides de la grosse poudre est égale au tiers ou au quart d'un pied cube, la somme des vuides de la poudre fine sera aussi le tiers ou le quart d'un pied cube; & par conséquent deux volumes égaux de différentes poudres renferment autant d'air l'un que l'autre dans les intervalles de leurs grains. Mais si on mêle de la poudre fine avec de la grosse, de maniere que la fine n'occupe que les vuides que la grosse laisse sans être mêlée, il est évident que cette poudre mêlée contiendra moins d'air qu'un égal volume de poudre dont les grains seroient égaux. Si l'on remplit encore les vuides qui restent, avec de la poudre plus fine, la densité de la poudre mêlée sera encore augmentée. Lorsque la poudre est écrasée, comme il reste beaucoup de grains entiers, & que beaucoup d'autres ne se réduisent pas entiérement en poussiere; si on la serre, elle occupe un moindre espace que lors-

qu'elle étoit en grains; & par conféquent elle contient moins d'air, outre que la flamme y pénétre moins avant; ce qui fait que cette poudre a moins de force. Auffi a-t-on foin de faire remettre en grains la vieille poudre qui eft réduite en pouffiere, & cela feul lui rend fa premiere qualité; d'où il fuit que pour faire faire un grand effet à la poudre, il ne faut pas la ferrer.

Une charge ordinaire fait crever un fufil, lorfque le bouchon eft éloigné de la poudre de quelques pouces. La poudre, répandue depuis la culaffe jufqu'au bouchon, laiffe au-deffus d'elle un efpace rempli d'air, par lequel la flamme, qui entre par la lumiere, fe porte promptement jufqu'au bouchon, & fe communique à prefque tous les grains à la fois. L'air contenu dans le canon, augmentant l'activité du feu, l'explofion ne peut qu'être très-violente: car la force d'expanfion des fluides à reffort augmente par la cha-

leur, auſſi-bien que par leur denſité. Ainſi toute la poudre étant enflammée, avant que la balle lui ait fait place pour s'étendre & qu'une partie aſſez conſidérable de la flamme ait pu s'écouler par la lumiere, elle doit être extrêmement bandée. Si l'on joint à cela que le feu eſt d'autant plus ardent qu'il trouve plus d'air, & ſur-tout d'air plus pur pour ſe nourrir, on ne ſera pas étonné que les meilleures armes à feu ne réſiſtent pas, lorſqu'on a l'imprudence de les tirer, ſans avoir enfoncé le bouchon juſques ſur la poudre.

Des Obſtacles que la Flamme a à ſurmonter durant l'exploſion.

N° 156. Tandis que la flamme fait effort pour ſortir par la lumiere, & qu'elle pouſſe la piéce en arriere & le boulet en avant, l'air, qui environne la piéce de toutes parts, s'oppoſe à l'expanſion de la flamme,

premiérement par son ressort dont la pression sur une surface d'un pouce circulaire est de dix à douze livres, & secondement par son inertie qui est proportionnelle au quarré de la vîtesse du boulet.

Plus on met de plomb dans un fusil, plus il résiste par son inertie, à l'effort de la flamme ; ce qui oblige la flamme à se bander davantage & à pousser plus long-tems & plus fortement le fusil en arriere ; ensorte qu'avec la même charge de poudre, le recul est d'autant plus violent qu'il y a plus de plomb dans le fusil ; mais d'un autre côté, la résistance, que l'air oppose par son inertie, est d'autant moindre que l'explosion est moins prompte. Au contraire, lorsqu'on ne met que le bouchon sur la poudre, il sort avec une vîtesse d'autant plus grande qu'il est plus leger ; & alors la résistance de l'air, qui est proportionnelle au quarré de la vîtesse du bou-

chon, devient aſſez grande pour obliger la flamme à ſe bander avec une ſi grande force, qu'elle ſort avec la même détonation que ſi le fuſil étoit chargé à balle; mais comme la durée de l'exploſion eſt moindre, le recul eſt moins violent.

Il faut bien diſtinguer la réſiſtance que l'air oppoſe par ſon reſſort, de celle qui vient de ſon inertie. La premiere eſt conſtamment la même, quelle que ſoit la vîteſſe du bouchon, & ne s'oppoſe pas plus à la ſortie du bouchon qu'au recul de la piéce, ni pendant les derniers inſtans de la durée de l'exploſion, que pendant les premiers. Il en eſt tout autrement de l'inertie de l'air, elle ne réſiſte point à un corps en repos; elle ne réſiſte qu'imperceptiblement à un corps qui ſe meut lentement, mais très-fortement à un corps qui a une grande vîteſſe. Un homme qui marche par un tems calme, ne ſent point la réſiſtance

de l'air. Un oiseau bat des aîles avec assez de vîtesse pour trouver dans l'inertie de l'air l'appui dont il a besoin pour s'élever & se porter en avant. L'effort qu'il fait, en poussant l'air, a une direction oblique, & se décompose en deux efforts dont le plus grand est vertical & directement opposé à la pesanteur de l'oiseau; ce qui le fait monter, ou l'empêche de descendre; & l'autre est dirigé horizontalement, & pousse l'oiseau en avant, pour lui faire surmonter la résistance de l'air qui, sans cela, consommeroit en peu de tems la force inhérente de l'oiseau.

Lorsqu'il n'y a qu'un bouchon sur la poudre, s'il est poussé par la flamme, avec une vîtesse dix fois plus grande que s'il y avoit un boulet, l'air résistera à la sortie du bouchon, avec une force centuple, à laquelle résistance il faut joindre celle de l'inertie du bouchon & de la poudre que la flamme chasse en avant; & l'on verra que

quoique l'explosion soit fort prompte, le recul ne doit pas laisser que d'être considérable, comme il l'est en effet.

Comme on a coutume de presser le bouchon sur la poudre, le feu ne prend d'abord qu'à une fort petite partie de la charge ; l'espace que la flamme occupe alors, étant fort petit, elle se bande avec une très-grande force, en poussant la poudre qui n'est pas enflammée & le bouchon contre le boulet qui, faisant une très-grande résistance par son inertie, cette poudre avec le bouchon qui la couvre, se moulent dans l'ame de la piéce & forment ensemble un cylindre extrêmement dur dont la surface convexe presse sur les parois de la piéce, avec la même force que la flamme même ; ce qui doit causer un frotement énorme. C'est pourtant malgré tous ces obstacles, que la flamme imprime au boulet cette force étonnante avec laquelle il brise tout ce

qu'il rencontre : encore la flamme n'emploie-t-elle à ſurmonter de ſi grands obſtacles & à produire un ſi grand effet, qu'une très-petite partie de ſa force ; car durant l'exploſion, il s'écoule beaucoup de flamme par la lumiere ; & lorſque le boulet ſort de la piéce, la flamme eſt extrêmement bandée ; outre qu'il y a beaucoup de grains qui brûlent hors de la piéce, & d'autres qui ne brûlent pas du tout.

De la Force & des Effets du recul.

N° 157. La poudre ne ſçauroit pouſſer le boulet en avant, qu'elle ne pouſſe également la piéce en arriere. Si elle n'avoit à ſurmonter que la force d'inertie du boulet & celle de la piéce avec ſon affût, les vîteſſes du boulet & de la piéce ſeroient entr'elles réciproquement comme leurs maſſes. Le frotement du boulet & des bouchons réſiſte également au recul de la piéce & à la ſortie du boulet.

La résistance, que l'air y oppose par son ressort, est aussi la même. Il n'en est pas de même de son inertie; il ne résiste pas sensiblement au recul de la piéce, tandis qu'il s'oppose fortement à la sortie du boulet. Tous ces obstacles restant les mêmes, le recul est d'autant plus violent que la piéce est plus legere; ce qui fait qu'elle tourmente d'avantage son affût, & qu'elle tire moins juste.

Supposé que deux piéces de même longueur & de même calibre, & chargées également, ayent des affûts égaux, que l'une de ces piéces pese autant que son affût, & que l'autre pese le double; si la pression de la flamme sur le fond de l'ame de chaque piéce est de trois cent mille livres, la pression de la piéce la plus legere sur son affût sera de cent cinquante mille livres, parce que les inerties de l'affût & de la piéce étant proportionnelles à leurs masses que l'on suppose égales, l'affût

& la piéce doivent résister autant l'un que l'autre, par leurs inerties, à l'action de la flamme qui est de trois cens mille livres. La seconde piéce pesant le double de son affût, sa force d'inertie sera de deux cent mille livres, & celle de l'affût seulement de cent mille livres. Si les piéces reculent librement pendant l'explosion, la plus legere parcourra un plus grand espace que l'autre, & acquerra une plus grande force; car les pressions accélératrices étant égales, les forces acquises sont proportionnelles aux espaces parcourus dans le mouvement accéléré du recul pendant l'explosion. La plus legere ayant une plus grande force & une plus grande vîtesse que l'autre, brisera plutôt son affût en rencontrant les mêmes obstacles, & se détournera davantage de sa direction. Les tourrillons sont rarement encastrés exactement; ensorte que la piéce a un petit recul, avant qu'elle agisse sur son

affût, fur lequel elle fait d'autant plus d'impreffion par fon choc, qu'elle a plus de vîteffe, parce que l'affût réfifte davantage par fon inertie. Lorfqu'en pointant la piéce, on la pouffe plus d'un côté que de l'autre, un tourillon fe porte en avant & l'autre en arriere, & le frotement virtuel de la culaffe fur le coin de mire empêche que la piéce ne fe remette par fon poids, dans la fituation qui lui convient. Mais lorfqu'elle commence à reculer, le tourillon qui, en fe portant en arriere, a trouvé un appui, réfifte, tandis que l'autre céde; & la culaffe gliffe fur le coin de mire dont le frotement n'eft pas affez grand pour réfifter à un fi grand effort; ce qui détourne le boulet, & donne une fecouffe à l'affût. Comme l'axe des tourillons eft au-deffous de celui de l'ame de la piéce, pendant l'explofion, la culaffe doit preffer forte-

ment sur les coins de mire ; ce qui fait un peu relever le coup.

De la Pression de la Flamme sur les Parois de la Pièce, & sur le Boulet.

N° 158. Soit que le feu prenne à tous les grains de poudre à la fois, ou que s'étant communiqué à une partie, la flamme pousse le reste contre le bouchon, il est bien difficile que la densité de la flamme soit égale deux instans de suite. Dans les deux cas, les quantités de poudre, qui s'enflamment en tems égaux, vont en diminuant. Car la surface de chaque grain diminue proportionnellement au quarré de son diametre. Si une partie de la poudre forme un cylindre, (*Fig.* 117,) sa base devient moins oblique à mesure qu'il brûle, & donne moins de prise à la flamme ; au lieu que le mouvement du boulet étant accéléré, les espaces, qu'il parcourt en tems égaux, vont

vont toujours en augmentant. La flamme qui sort par la lumiere, étant inégalement bandée, les quantités, qui s'écoulent en tems égaux, sont inégales. D'ailleurs la force de la flamme n'est vraisemblablement pas proportionnelle à sa densité. On ne sçauroit connoître le tems que le soufre & le charbon mettent à se consumer. Etant fort divisés, la flamme, qu'ils produisent, ne peut pas durer longtems. La pression de la flamme pendant les différens instans de la durée de l'explosion, ne sçauroit donc être soumise au calcul. Il y a lieu de croire que la flamme, qui a peu de force au premier instant, en acquiert une très-grande avant que le boulet ait parcouru quelques pouces, & qu'il ait acquis une vîtesse assez grande pour lui laisser plus de place qu'elle ne peut en remplir, à mesure qu'elle se forme. Si l'on juge de la pression de la flamme sur le boulet par la force

qu'elle a, lorſqu'elle eſt bandée au point de pouvoir faire crever la piéce, on verra que cette preſſion eſt énorme.

Suppoſé que AB, (*Fig.* 117,) ſoit égale à la moitié de la circonférence de l'ame de la piéce ; la paroi concave depuis A juſqu'en B, eſt égale à un rectangle qui auroit pour baſe la circonférence de l'ame de la piéce, & pour hauteur la moitié de cette même circonférence. La baſe du bouchon eſt un cercle égal à un rectangle de même baſe que le premier, & qui a pour hauteur la moitié du rayon. Les preſſions de la flamme ſur ces deux rectangles de même baſe ſont donc entr'elles comme les hauteurs des rectangles, c'eſt-à-dire comme la moitié de la circonférence eſt à la moitié du rayon, ou comme la circonférence eſt au rayon. Mais l'effort de la flamme ſur la paroi concave de l'ame de la piéce, depuis A juſqu'en B, eſt auſſi à l'effort qu'elle fait pour

fendre la piéce sur la longueur AB, comme la circonférence est au rayon, (N° 123 ;) d'où on conclura que la pression de la flamme sur la base du bouchon est égale au poids que pourroit soutenir une barre de même métal que la piéce, qui auroit pour largeur AB, & pour épaisseur CD ; ce qui fait environ 58 pouces quarrés pour une piéce de 33. Une barre de bronze, d'un pouce quarré de grosseur, tireroit sûrement avec une force de plus de dix mille livres, du moins pendant quelques instans. La pression de la flamme sur le bouchon seroit donc de cinq cent quatre-vingt mille livres. Une pression égale a lieu sur le fond de la piéce : il ne faut donc pas s'étonner si elle tourmente son affût ; mais il ne peut guères arriver que la flamme se bande à ce point-là dans le canon. Lorsqu'une piéce creve, cela vient, ou de ce qu'elle a des défauts considé-

rables, ou qu'elle eſt fortement échauffée & dilatée à force de tirer.

On ſçait avec quelle facilité une longue barre de fer plie, par le ſeul mouvement qu'un homme, qui la porte ſur ſon épaule, lui donne en marchant; ce qui ne ſçauroit ſe faire que la barre ne s'allonge du côté convexe, ou qu'elle ne ſe raccourciſſe du côté concave. Si la barre ne ſe tourmente pas beaucoup, ce mouvement ne diminue pas ſa force; mais il y a des bornes au-delà deſquelles la barre trop pliée ne ſe remettroit plus, & perdroit ſon reſſort, ou ſe romproit.

La chaleur dilate la plûpart des corps, c'eſt-à-dire qu'elle augmente leur volume, en écartant les unes des autres les molécules qui les compoſent; ce qui diminue plus ou moins la réſiſtance qu'elles oppoſent aux efforts que l'on fait pour les ſéparer. L'attraction des molécules diminue

tellement dans les métaux par la chaleur, qu'elle met les métaux en fusion, lorsqu'elle est fort grande. La glace, au contraire, se dilate par le froid, & brise les vases dans lesquels elle est renfermée.

Une piéce de canon, en tirant, s'amollit par deux causes ; par la chaleur de la flamme, & celle qui est causée par le frotement violent du boulet & des bouchons, & par l'effort que fait la flamme pour se dilater ; ce qui oblige le métal à s'allonger. Plus la résistance est grande, soit par l'épaisseur du métal, ou par sa qualité, plus il résiste long-tems. Plus son élasticité est parfaite, moins il met de tems à se rétablir. Le métal s'allonge lentement, & se remet encore plus lentement. S'il n'a pas assez de ressort pour se remettre entiérement dans l'intervalle d'un coup de canon à l'autre, & que l'on tire un grand nombre de coups de suite, le métal s'allongeant

peu-à-peu, s'affoiblit enfin au point qu'il faut que la piéce creve ; ce qui oblige à laiſſer repoſer les piéces, de tems en tems. Si l'on n'en a pas le tems, on les rafraîchit avec de l'eau. Mais cela ne ſçauroit produire un auſſi bon effet, parce que le métal ſe réfroidit inégalement, & qu'il ne ſe remet pas dans ſon premier état, comme il fait en ſe réfroidiſſant lentement.

Quand la flamme ne ſe banderoit pas plus fort, au commencement de l'exploſion, que vers la fin, comme elle agit plus long-tems vers la lumiere qu'à la bouche, on feroit toujours obligé de donner plus d'épaiſſeur à la culaſſe. L'adhérence des parties du métal n'eſt pas vaincue en un inſtant ; & le métal s'allonge avant que de rompre. Un fil de métal, par exemple, ſoutiendra un poids de mille livres pendant une ſeconde, & n'en portera peut-être pas un de ſix cent livres pendant une heure. Il peut ſe

faire, que lorſque la piéce eſt échauffée, la flamme ſe bande avec plus de force qu'il ne faudroit pour la faire crever, ſi elle en avoit le tems.

La flamme, qui ſort avec violence par la lumiere, l'élargit à-peu-près de la même maniere qu'un torent creuſe une ravine. Si l'on ne mettoit point de bouchon ſur la poudre, la flamme, qui s'écouleroit par le vent du boulet, dégraderoit de même les parois de la piéce; & comme cet écoulement ſeroit conſidérable, le boulet ne pourroit pas être chaſſé avec la même force que lorſque la flamme eſt contenue par un bouchon.

De la Force & de la Viteſſe des Boulets.

N° 159. Les piéces de 24 portent ordinairement, à toute volée, environ 2000 toiſes, & le boulet perd preſque toute ſa force par la réſiſtance de l'air. Sans cet obſtacle, un boulet tiré à 45 degrés, avec la vîteſſe qu'il acquer-

roit en tombant librement de 1000 toises de hauteur, laquelle vîtesse est d'environ 100 toises par seconde, iroit à 2000 toises; mais comme il va à cette distance, malgré la résistance de l'air, il faut bien que sa vîtesse soit beaucoup plus grande que de 100 toises par seconde.

Comme le métal a plus d'épaisseur à la culasse qu'à la volée, on pointe la piéce, suivant une ligne qui n'est pas parallele à la vraie direction du boulet. D'ailleurs la piéce releve un peu, par la force du recul. Supposé que la vîtesse du boulet soit de 150 toises par seconde, si le but est à 150 toises, & que la direction du boulet passe 15 pieds au-dessus du but, comme la pesanteur fera descendre le boulet de 15 pieds, il frapera le but. On dit alors que la piéce porte 150 toises *de but en blanc*. La même piéce, à 300 toises, donnera 30 pieds au-dessous du but; car elle sera dirigée 30 pieds au-

deſſus, & le boulet deſcendra de 60 pieds, en deux ſecondes qu'il mettra à parcourir 300 toiſes. Comme il eſt conſidérablement retardé par la réſiſtance de l'air, il deſcend bien davantage. Auſſi l'effet du canon n'eſt-il pas fort redoutable, dans les batailles, à trois ou quatre cent toiſes de diſtance, ſur-tout lorſque les piéces ſont courtes & legeres, & qu'elles ne ſont pas établies ſur des plates-formes. Les troupes, qui font quelque mouvement en reçoivent rarement du dommage. Il n'en eſt pas ainſi des piéces que l'on emploie dans les ſiéges. Outre qu'elles ſont plus fortes, on les établit ſur des plates-formes qui ſont des planchers de madriers très-ſolides, & bien dreſſés, auxquels on donne un peu de pente, pour diminuer le recul des piéces, & pour les remettre plus facilement en batterie. D'ailleurs l'objet d'une batterie étant fixe, les canonniers parviennent, en peu de tems,

à tirer fort juste, même à des distances considérables.

Comme la résistance de l'air augmente proportionnellement au quarré de la vîtesse du boulet, il y a des bornes au-delà desquelles, il sert peu d'augmenter la vîtesse du boulet, pour la portée de la piéce. Supposé que le boulet perde la moitié de sa vîtesse, en parcourant un espace de 300 toises; si l'on double sa vîtesse, il ne faut pas croire qu'il ira pour cela quatre fois plus loin. En parcourant les trois cent premieres toises, il perdra la moitié de sa vîtesse, & par conséquent les trois quarts de sa force; & alors sa direction ayant baissé considérablement, il n'ira pas aussi loin, en partant de l'extrémité des 300 toises, qu'il iroit avec la même vîtesse étant pointé plus haut; en quoi le mortier a de l'avantage sur le canon, parce qu'on pointe le mortier au-dessus de 45 degrés, & que la bombe, en baissant, prend une di-

rection plus avantageuse, puisqu'elle s'approche de celle de 45 degrés, au lieu que celle du boulet s'en éloigne.

Lorsqu'on tire de suite plusieurs coups d'une même piéce, les boulets vont à des distances fort inégales. Il y a tout lieu de croire que ces inégalités dépendent principalement de la forme des boulets plus ou moins propres les uns que les autres à fendre l'air, & non pas de la force de la poudre qui ne sçauroit varier à ce point-là. On parviendroit peut-être mieux à connoître la force & la vîtesse du boulet, en observant avec beaucoup de soin la hauteur dont il descend à 100 toises de distance de la piéce, qu'en observant la plus grande distance où il va.

Il paroît que l'on gagneroit peu à faire faire un plus grand effet à la poudre dans le canon : il y a un terme au-delà duquel la flamme plus b[illegible] dée, sans augmenter sensibleme[illegible] [illegible]nt la

portée de la piéce, ne feroit que ruiner la lumiere, tourmenter l'affût & rendre les coups plus incertains. Si on réussit à augmenter considérablement la portée du canon, ce sera vraisemblablement plutôt en rendant les boulets plus propres à fendre l'air, qu'en en augmentant la force.

Du Ricochet.

N° 160. On place ordinairement les batteries destinées à ruiner les défenses d'une place, à environ 150 toises du glacis, les disposant de maniere qu'elles enfilent toutes les faces des ouvrages dont on veut nettoyer les défenses. On charge les piéces seulement d'autant de poudre qu'il en faut, pour qu'étant pointées presqu'à toute volée, le boulet, en rasant le parapet, plonge dans l'ouvrage où il fait plusieurs bonds, en brisant tout ce qu'il rencontre. On donne plus ou moins de roideur au ricochet, selon

la hauteur des ouvrages & leur diſtance. Moins ils ſont élevés, plus ces ſortes de batteries y font de ravage, parce qu'on n'eſt pas obligé de pointer ſi haut, & que par conſéquent on peut charger davantage, & donner aſſez de force aux boulets pour briſer les affûts de canon & les paliſſades du chemin couvert. Un boulet tiré à 15 degrés, avec la vîteſſe qu'il auroit acquiſe en tombant de 200 toiſes, va à 200 toiſes. Si le terre-plein de l'ouvrage n'eſt pas plus élevé que la batterie, un boulet de 24, tiré à 15 degrés, avec une force ſuffiſante pour le porter à 200 toiſes, aura la même force que celle qu'il acquerroit en tombant librement de 200 toiſes, laquelle force eſt égale à celle qu'un poids de 4800 livres acquerroit en tombant d'une toiſe, ou qu'un poids de 48000 livres acquerroit en tombant de la dixieme partie d'une toiſe.

Il ne faut pas une pareille force pour rompre un pieu du chemin couvert.

Plus les batteries à ricochet sont éloignées, plus elles ont de force, parce qu'en tirant sous le même angle d'élévation il faut mettre d'autant plus de poudre que la piéce doit porter plus loin.

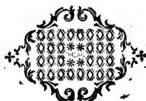
Lorsqu'un boulet rencontre la terre fort obliquement, il s'y enfonce, en sortant continuellement de sa direction, étant poussé fortement de bas en haut, (*Fig.* 118.) Lorsque sa direction est devenue parallele à la surface du terrein, il cesse de descendre & il commence à remonter, en décrivant une courbe semblable à celle qu'il a décrite en s'enfonçant. L'angle que sa direction forme avec la surface du terrein, lorsqu'il tombe, est appellé *angle d'incidence.* Celui que sa direction forme avec la même surface, lorsqu'il se releve, est nommé

angle de réflexion. Lorſque le terrein eſt homogene, c'eſt-à-dire d'une denſité & d'une qualité égale par-tout, les deux angles ſont égaux, à cela près que le boulet ayant perdu un peu de ſa force en entrant dans la terre, l'angle de réflexion doit être un peu plus grand; parce que la réſiſtance qu'il éprouve de la part du terrein, reſtant la même, elle le détourne d'autant plus de ſa direction qu'il a moins de force. Lorſque la direction du boulet eſt moins oblique, il en eſt encore détourné par la réſiſtance du terrein; mais s'il arrive qu'il s'enfonce aſſez dans la terre, pour que la réſiſtance, qu'il éprouve, ſoit égale de tous côtés, il continue à s'enfoncer en ligne droite juſqu'à ce qu'il ait perdu toute ſa force.

Une balle de mouſquet eſt réfléchie par la ſurface de l'eau, lorſque l'angle d'incidence, n'eſt que de cinq ou

ſix degrés ; elle peut être réfléchie par le terrein, ſous un angle beaucoup plus grand, & d'autant plus grand que le terrein eſt capable d'une plus grande réſiſtance. Il ne faut donc pas s'étonner ſi, dans les ſiéges, on voit venir des boulets dans des endroits où on les attendoit le moins. Un boulet peut être détourné de ſa direction pluſieurs fois de ſuite, en rencontrant pluſieurs obſtacles les uns après les autres. Une balle, en traverſant un ſac-à-terre, peut être détournée en entrant & en ſortant, & plonger fort avant dans la tranchée. Il ne faut pas s'étonner qu'une balle, ou un boulet qui a une ſi grande force, ſoit détourné par un ſi petit obſtacle. On peut conſidérer deux vîteſſes dans un boulet qui choque obliquement la ſurface du terrein, une avec laquelle il ſe meut perpendiculairement à la ſurface du ter-

rein, & l'autre avec laquelle il ſe meut parallelement à la même ſurface. Le même boulet a deux forces qui ſont proportionnelles aux quarrés de ces deux vîteſſes qui ſont fort inégales, lorſque la direction du boulet eſt fort oblique à la ſurface du terrein. Si ces vîteſſes ſont comme 1 & 30, les forces, qui leur répondent, ſont comme 1 & 900. Le boulet, en s'enfonçant, perd la neuf-centieme partie de ſa force ; il en perd encore autant en ſortant.





CHAPITRE IV.

Du Mortier, du Pierrier, du Haubitz, & des Armes à feu.

N° 261. LE *mortier*, (*Fig.* 119,) diffère du canon, principalement en ce qu'il est fort court; qu'au lieu d'être suspendu vers son centre de gravité, ses tourillons sont à l'extrémité de la culasse, & que la partie de l'ame où l'on met la poudre, & que l'on nomme *chambre*, est plus étroite que la bouche. Les chambres des mortiers sont de différentes figures; les unes sont cylindriques, les autres coniques: il y a aussi des mortiers à chambre sphérique, & à chambre-poire.

Comme le recul du mortier est violent, parce que son poids n'est point proportionné à celui de la bombe, & que d'ailleurs on le pointe or-

dinairement au-dessus de 45 degrés, il a besoin d'un affût plus solide que celui du canon. Il y a des affûts de bois, & d'autres de métal; ils n'ont point de roues; ce qui fait qu'ils opposent à l'effort du mortier une très-grande résistance.

Lorsqu'on veut charger le mortier, on le dresse perpendiculairement sur son affût; & après y avoir mis la poudre, on acheve de remplir la chambre avec du fourage & de la terre que l'on refoule; après quoi, on met la bombe, & l'on donne au mortier l'inclinaison qu'il convient, par le moyen d'un quart de cercle fait pour cet usage, & qui est garni d'un plomb. On soutient le mortier à la hauteur que l'on veut, par le moyen des coins de mire.

La bombe est un boulet creux de fer fondu, qui a une ouverture ronde, (*Fig.* 120,) par où on introduit la poudre, & que l'on bouche

avec une fusée, qui est un tuyau de bois de frêne, que l'on remplit de composition qui brûle assez lentement pour ne mettre le feu à la bombe que lorsqu'elle est tombée. Cette fusée entre jusqu'au fond de la bombe. On la coupe obliquement, par le petit bout, afin que si elle portoit sur le fond de la bombe, la communication avec la poudre ne fût point interrompue.

La bombe étant sphérique, la direction du centre de la résistance de l'air passe par le centre de la bombe. Pour empêcher qu'elle ne tombe sur sa fusée, on lui donne moins d'épaisseur à la lumiere, qu'à la partie opposée que l'on nomme *culot* de la bombe. Le centre de gravité de la bombe étant plus près du culot que de la lumiere, le culot doit se porter en avant. La bombe est garnie de deux anses dont on se sert pour la transporter & pour la placer dans le mortier.

Si l'on ne mettoit de la poudre dans les bombes, que pour les faire crever, il en faudroit peu; mais comme leurs éclats doivent être chassés avec violence, plus elles sont chargées, pourvu que la poudre n'y soit pas serrée, plus les éclats sont dangereux. La flamme entrant dans la bombe par la fusée qui la porte jusqu'au fond de la charge, toute la poudre s'enflamme à la fois, & se bande avec une force plus grande qu'il ne faut pour faire crever la bombe qui se brise en plusieurs morceaux qui résistent, par leur inertie, à l'effort que la flamme fait pour les écarter. Plus la flamme est accumulée dans la bombe, plus elle met de tems à s'écouler par toutes les fentes, & plus elle imprime de force aux éclats.

Comme le mortier est fort court, il est nécessaire que la flamme pousse la bombe avec plus de force, pour la chasser à la même distance; ce qui

fait que la pression du mortier sur son affût est énorme, lorsqu'il est chargé autant qu'il peut l'être. Dans un mortier de 500, le parcours de la bombe n'est que de 18 pouces ; & sa plus grande force est à-peu-près égale à celle qu'elle acquerroit en tombant librement de 1000 toises. Si la pression de la flamme sur la bombe étoit constante, il faudroit qu'elle fût de quatre mille fois 500 livres, ou de 2,000,000 livres.

Si le mortier jettoit les bombes avec autant de justesse que de force, rien n'y résisteroit. Les bombes doivent être d'un diametre moindre que les mortiers. L'impossibilité de les faire exactement sphériques, & du diametre qu'on veut leur donner, oblige à les faire plus petites. La terre, que l'on met sur la poudre, empêche bien qu'il ne s'écoule autant de flamme par le vent de la bombe, que lorsqu'on la met simplement sur la poudre ; mais

les quantités de flamme, qui s'écoulent, ne ſont pas égales à chaque coup. Une bombe eſt plus groſſe qu'une autre. La terre plus fine ou plus ſerrée, ou en plus grande quantité, s'oppoſe davantage à l'écoulement de la flamme. Quand on ne met point de terre ſur la poudre dans le mortier, il tire plus juſte; mais il ne porte pas auſſi loin, parce qu'il ſe fait un écoulement plus conſidérable par le vent de la bombe. Comme la maſſe du mortier eſt peu conſidérable, relativement à celle de la bombe, la déviation cauſée par le recul, peut être grande. Lorſqu'il n'eſt pas néceſſaire que la bombe ait une grande force, on peut choiſir un angle qui approche de 45 degrés, parce qu'alors quelques degrés de plus ou de moins ne cauſent pas une grande différence. Le mortier moins chargé ſe tourmente & ſe dérange moins. La bombe chaſſée par un chemin plus court, & avec une moindre

vîteſſe, eſt moins détournée & retardée par la réſiſtance de l'air.

Le *pierrier* eſt une eſpece de gros mortier, que l'on charge avec des pierres ou des cailloux, mais qui ne porte pas fort loin, ſur-tout lorſqu'on le charge avec des pierres, parce qu'elles ſe briſent. Cela n'empêche pas que les pierriers ne cauſent beaucoup de dommage dans les ſiéges, par la difficulté qu'il y a d'éviter les pierres & les cailloux qu'ils jettent en grande quantité.

Le *haubitz* eſt encore une eſpece de mortier ; mais ſes tourillons ſont placés à-peu-près comme ceux du canon. Comme il eſt fort de métal, & que le boulet que l'on y met & qu'on nomme *obus* eſt creux, il ne tourmente pas bien fort ſon affût qui eſt à-peu-près ſemblable à celui du canon.

L'*obus* n'a point d'anſe comme les bombes; mais il eſt chargé de même.

On

On le tire ordinairement à ricochet dans les siéges & les batailles. Le haubitz tiré à toute volée, porte fort loin.

De la force de l'Artillerie.

N° 162. Deux piéces de canon semblables, & semblablement chargées, porteroient à des distances égales, sans la résistance de l'air. Supposé que l'une des piéces fût deux fois plus longue que l'autre, chaque grain de poudre de la grosse piéce aura un diametre double, une surface quadruple & une masse huit fois plus grande qu'un grain de la petite piéce. La flamme également bandée dans les deux piéces, poussera les boulets proportionnellement à leurs surfaces; le gros boulet ayant une surface quadruple, acquerra une force huit fois plus grande, en parcourant un espace double, étant poussé avec une force qua-

druple. Tandis que le petit boulet parcourra la longueur de l'ame de sa piéce, le gros parcourra seulement le quart de la longueur de l'ame de la sienne ; mais il parcourra les trois autres quarts en un tems égal à celui qu'il aura employé à parcourir la premiere partie ; les grains de poudre ayant des diametres doubles, auront un tems double pour s'enflammer. Les deux boulets acquerront des vîtesses égales ; mais le plus gros ira plus loin, ayant une force huit fois plus grande, pour vaincre une résistance qui est seulement quadruple. La flamme étant également bandée dans les deux piéces, les épaisseurs du métal doivent être proportionnelles aux diametres des boulets, (N° 142.) Comme on peut en dire autant de deux mortiers & de deux haubitz semblables, on en conclura que les piéces d'artillerie peuvent avoir

en grand les mêmes proportions qu'en petit. Mais cela n'empêche pas que la grosseur, dont on peut les faire, n'ait certaines bornes, au-delà desquelles elles deviendroient plus désavantageuses par la difficulté de les transporter & de les servir, & par la consommation qu'elles feroient, que leur force ne seroit utile. Si deux piéces de 24, par exemple, font autant d'effet avec la même quantité de munitions, qu'une piéce de 48, il est évident qu'elles doivent lui être préférées pour bien des raisons. D'un autre côté, comme une piéce de 24 n'est pas beaucoup plus difficile à transporter, ni moins prompte à servir qu'une de 12, & qu'elle fait tout un autre effet, lorsqu'il s'agit de démonter une batterie ou de faire une bréche, on fait beaucoup d'usage des piéces de 24.

On remarquera que la pression de la flamme étant proportionnelle à la

ſurface ſur laquelle elle agit, de deux bombes dont les maſſes ſont égales; celle qui a un plus grand diametre, eſt la plus propre à recevoir une grande impreſſion de la poudre; mais elle eſt la moins avantageuſe pour fendre l'air. Par où l'on voit qu'il y a un milieu à tenir, lorſqu'il s'agit de déterminer le diametre d'une bombe d'un certain poids, que l'on veut jetter à une fort grande diſtance, pour que la poudre lui imprime la plus grande force, & que l'air lui oppoſe la moindre réſiſtance qu'il eſt poſſible.

Des Armes à feu.

N° 163. Il eſt aiſé d'appliquer aux armes à feu ce qui a été dit de l'artillerie. La force du recul dans les armes à feu, ne ſçauroit être augmentée au-delà de certaines bornes, ſans de grands inconvéniens. De deux fuſils de même calibre & de même lon-

gueur, & chargés également, le plus pesant a moins de recul, & tire plus juste. On pourra donc le charger davantage que l'autre, & lui faire faire un plus grand effet; mais il ne doit avoir qu'un certain poids, pour n'être pas trop incommode à porter & à manier.

De deux fusils de même poids & de même longueur, celui qui a un moindre calibre, imprimera la même force à sa balle, que l'autre à la sienne, & n'aura pas un recul si violent. On pourra donc le charger davantage, outre qu'il tirera plus juste. D'un autre côté, de deux balles inégales dont les forces sont égales, la plus petite ayant une plus grande vîtesse, perdra davantage de sa force, par la résistance de l'air. Supposé, par exemple, que la grosse balle pese quatre fois plus que la petite, leurs forces étant égales, il faut que la pe-

tite ait une vîtesse double de celle de la grosse. Si les surfaces étoient égales, la petite, avec une vîtesse double, éprouveroit une résistance quadruple. La surface de la grosse balle est plus grande que celle de la petite ; mais elle n'est pas quadruple : il faudroit pour cela que sa masse fût huit fois plus grande, au lieu qu'elle n'est que quadruple de celle de la petite. La petite balle éprouvera donc une plus grande résistance que l'autre ; d'où on conclura que, pour porter fort loin, il est avantageux que les fusils soient d'un gros calibre, & que les armes d'un petit calibre, sont les meilleures pour tirer fort juste, à une distance médiocre, parce qu'elles impriment plus de force & de vîtesse aux balles qui sont aussi moins détournées de leurs directions, par la violence du recul & par leur pesanteur. Comme on ne se sert des pis-

tolets que de fort près, & qu'ils ſont fort legers en comparaiſon des fuſils, il eſt évident que, pour faire un grand effet & tirer juſte, ils doivent être d'un fort petit calibre.

Une balle ne ſçauroit s'enfoncer dans une cuiraſſe, ſans la pouſſer avec une très-grande violence ; mais elle ne lui imprime pas pour cela une grande force. Il ne faut pas ſeulement conſidérer la grandeur de la preſſion de la balle ſur la cuiraſſe, il faut encore avoir égard à l'eſpace qu'elle lui fait parcourir. Or cet eſpace eſt très-petit. Suppoſé que la vîteſſe de la balle ſoit de 100 toiſes par ſeconde, & qu'elle s'enfonce de deux lignes dans la cuiraſſe, pour perdre toute ſa force en ſurmontant une réſiſtance conſtante, enſorte que ſon mouvement ſoit uniformément retardé ; le tems qu'elle mettra à s'enfoncer de deux lignes, ſera égal à celui

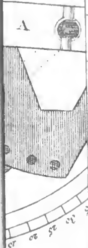
qu'elle emploieroit à parcourir d'un mouvement uniforme, (N° 110,) un espace de quatre lignes qui font $\frac{1}{216}$ d'une toise ou $\frac{1}{21600}$ de 100 toises. La balle ne met donc que la vingt-un mille six centiéme partie d'une seconde, à s'enfoncer dans la cuirasse. L'espace qu'elle fait parcourir à la cuirasse, d'un mouvement uniformément accéléré, est à celui qu'elle lui feroit parcourir, pendant une seconde entiere, comme le quarré d'un est au quarré de 21600, ou comme 1 est à 466,560,000, parce que les espaces parcourus, depuis le repos dans le mouvement uniformément-accéléré, sont proportionnels aux quarrés des temps. Ce n'est donc pas une merveille qu'une balle perce une cuirasse, ou une planche, sans la renverser, quoiqu'elle la pousse avec une très-grande force. Une balle peut percer une cuirasse, sans lui impri-

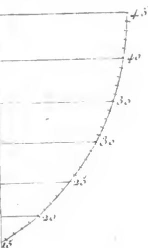
mer une force égale à celle que la cuiraſſe acquerroit en tombant librebrement de ſix lignes. Cela n'arrive pas toujours ; mais cela peut arriver, lorſque la cuiraſſe eſt fort peſante ou la balle fort legere.

De deux cuiraſſes qui réſiſtent également à la balle, celle dans laquelle la balle peut s'enfoncer le plus avant, ſans la percer, eſt la meilleure. De deux cuiraſſes dans leſquelles une balle peut s'enfoncer également ſans les percer, celle qui fait une plus grande réſiſtance à la balle, eſt la plus forte. La trempe doit donc être telle qu'elle ne diminue pas plus la ductilité & la flexibilité de l'acier, qu'elle n'en augmente la roideur; enſorte que le produit de la multiplication de la réſiſtance que la cuiraſſe oppoſe à la balle, multipliée par la profondeur à laquelle la balle peut s'enfoncer, ſans percer la cuiraſſe, ſoit le

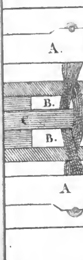
plus grand qu'il eſt poſſible, ſans que la balle puiſſe faire de contuſion conſidérable. Les cuiraſſes les plus flexibles ſont ordinairement les plus difficiles à percer, & les moins propres à garantir des bleſſures.

Fin du Tome I.

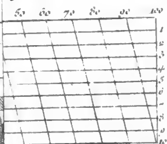




ig. 106.



ig. 107.

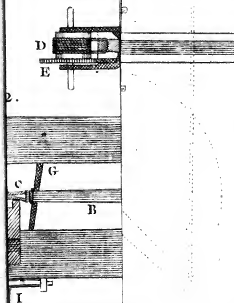


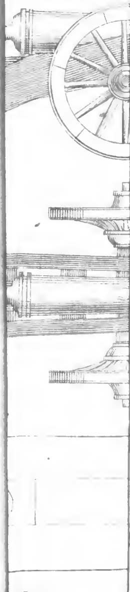


5 6

Fig. m.


BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI


D
E
2.
G
C
B
I







APPROBATION
DU CENSEUR ROYAL.

J'AI lu, par ordre de Monſeigneur le Vice-Chancelier, un Manuſcrit intitulé : *Elémens de l'Art militaire ancien & moderne.* Je n'y ai rien trouvé qui puiſſe en empêcher l'impreſſion. FAIT à Paris, ce 7 Juillet 1765.

MONTCARVILLE,
Lecteur & Profeſſeur Royal.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE : A nos amés & féaux Conſeillers les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conſeil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra ; SALUT. Notre amé le ſieur VINCENT, Libraire à Paris, Nous a fait expoſer qu'il deſireroit faire imprimer & donner au Public un ouvrage qui a pour titre, *Elémens de l'Art militaire ancien & moderne*, s'il nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilége pour ce néceſſaires. A CES CAUSES, voulant favorablement traiter l'Expoſant, Nous lui avons permis & permettons par ces Préſentes de faire imprimer ledit Ouvrage autant de fois que bon lui ſemblera, de le vendre, faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems

de neuf années consécutives, à compter du jour de la date des Présentes. Faisons défenses à tous Imprimeurs, Libraires & autres personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance; comme aussi d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage, ni d'en faire aucun extrait, sous quelque prétexte que ce puisse être, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant ou de celui qui aura droit de lui, à peine de confiscation des exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers audit Exposant ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts. A la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression dudit Ouvrage sera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres, conformément à la feuille imprimée, attachée pour modele sous le contrescel des Présentes; que l'Impétrant se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725; qu'avant de l'exposer en vente, le Manuscrit, qui aura servi de copie à l'impression dudit Ouvrage, sera remis dans le même état où l'approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier, Chancelier de France le sieur De Lamoignon, & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, un dans celle dudit Sieur De

LAMOIGNON, & un dans celle de nôtre très-cher & féal Chevalier, Vice-Chancelier & Garde des Sceaux de France le sieur DE MAUPEOU; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Exposant & ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Présentes, qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers-Secrétaires, foi soit ajoûtée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent sur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel est notre plaisir. DONNÉ à Compiegne, le septieme jour du mois d'Août, l'an de grace mil sept cent soixante-cinq, & de notre Regne le cinquantieme. Par le Roi en son Conseil.

Signé LE BEGUE.

Registré sur le Registre XVI de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N° 635, Fol. 351, conformément au Réglement de 1723. A Paris, ce 19 Août 1765.

Signé *LE BRETON, Syndic.*

EXTRAIT du Catalogue des Livres qui se trouvent chez VINCENT.

L'Arithmétique, ou le Livre facile pour apprendre l'Arithmétique de soi-même & sans maître, par M. *Barreme*, in-12. 2 l. 10 s.

Calculs tout faits depuis 1 denier jusqu'à 59 sols 11 deniers, & depuis 3 livres jusqu'à 50000 liv. avec le Tarif par jour & par mois pour les pensions, depuis 1 livre jusqu'à 100000 livres ; & des Tarifs pour les Intérêts, l'Escompte, le Change & la vente des marchandises à tant pour 100 de gain. On y a joint d'autres Tarifs pour le sol ou marc la livre : avec le pair des aunages & des poids de l'Europe : la réduction des Louis d'or & des Ecus en livres, &c. par M. *Mésange*, in-12, nouvelle édition, 2 l. 10 s.

Porte-feuille d'un homme de goût, ou l'Esprit de nos meilleurs Poëtes ; par M. l'Abbé *de la Porte*, in-12, 2 vol. 1765. 5 l.

Elémens de Géométrie, traduits de l'anglois de *Th. Simpson*, de la société Royale de Londres, Professeur de mathématiques à Wolwich, in-8°, 4 l.

Nouvelle Encyclopédie portative, ou Tableau général des connoissances humaines, in-8°, 2 vol. petit format, 9 l. & grand format, 12 l.

Essais politiques sur l'Etat présent de l'Europe; par M. *le Vicomte d'Andresel*, in-12, 2 vol. 4 l. 10 s.

Histoire du Commerce & de la Navigation des

Peuples anciens & modernes, par M. le Chevalier *d'Arc*, in-12, 2 vol. 5 l.

Le Livre néceſſaire, ou Tarif général des Intérêts, des Eſcomptes, des Changes & des Diviſions, par M. *Barreme*, in-12, 2 l. 10 ſ.

Obſervation ſur la Nobleſſe & le Tiers-Etat, par Madame *Belot*, in-12, *broch.* 1 l. 4 ſ.

Le Réformateur, ou nouveau Projet pour régir les Finances, pour augmenter le Commerce, la Culture des Terres, &c. nouvelle édition augmentée, in-12, 2 vol. 4 l. 10 ſ.

Le Réformateur réformé, in-12, *broch.* 12 ſ.

Le Spectacle des Beaux Arts, ou Conſidérations touchant leur nature, leurs objets, leurs effets & leurs Régles principales, &c. Par M. *Lacombe*, in-12, 1761. 2 l. 10 ſ.

Traité de la formation méchanique des Langues & des Principes phyſiques de l'Etymologie, in-12, 2 vol. *Fig.* 1765, 6 l.

Amuſemens des Compagnies, ou Recueil des plus nouvelles Chanſons notées, in-12, 2 vol. 1761, 6 l.

Contes moraux dans le goût de ceux de M. *Marmontel*, extraits de divers Auteurs, in-12, 4 vol. rel. en deux, 1763, 5 l.

Eſprit de *Lamothe le Vayer*, in-12, 1763, 2 l. 10 ſ.

L'Eſprit de *Saint Evremont*, par M. *Deleyre*, in-12, 1761, 2 l. 10 ſ.

Eſprit des Monarques philoſophes, par M. l'Abbé *de la Porte*, in-12, 1764, 2 l. 10 ſ.

Eſprit, ſaillies & ſingularités du P. *Caſtel*, par M. l'Abbé *de la Porte*, in-12, 1763, 2 l 10 ſ.

Abregé chronologique de l'Hiſtoire univerſelle, in-8°, *petit format*, 4 l. 10 ſ.

Bibliotheque militaire, historique & politique : contenant le Général d'Armée, par *Onozander*, & différentes Piéces de MM. *Condé*, *Turenne*, *d'Asfeld*, &c. in-12, 3 vol. 1760, 7 l. 10 f.

Chronologie Egyptienne, pour servir de suite à l'Egypte ancienne, par M. *Dorigny*, in-12, 2 vol. 1765, 5 l.

L'Egypte ancienne, ou Mémoires historiques & critiques sur les objets les plus importans de l'Histoire du grand Empire des Egyptiens, par M. d'*Origny*, in-12, 2 vol. 1762, 5 l.

Géographie générale de *Varenius*, revue par *Newton*, augmentée par *Jurin*, traduite de l'anglois, in-12, 4 vol. *avec Fig.* 1755, 10 l.

Histoire militaire des Suisses, avec les généalogies des maisons illustres, par M. le Baron *de Zurlauben*, in-12, 8 vol. 20 l.

Mémoires & Lettres de *Henri*, duc de Rohan, publiés pour la premiere fois par M. le Baron *de Zurlauben*, in-12, 3 vol. 7 l. 10 f.

Vies des Hommes illustres comparés les uns avec les autres, à commencer depuis la chute de l'Empire Romain jusqu'à nos jours, in-12, 2 vol. 5 l.

Le Voyageur François, ou la connoissance de l'ancien & du nouveau Monde, par M. l'Abbé *de la Porte*, in-12, 2 vol. 1765, 5 l.

— Les tomes III & IV, *sous presse*.



